

GEODETIKÝ a KARTOGRAFIKÝ



**Český úřad zeměměřický a katastrální
Úrad geodézie, kartografie a katastra
Slovenskej republiky**

3/05

Praha, březen 2005
Roč. 51 (93) ● Číslo 3 ● str. 41–60
Cena Kč 14,–
Sk 21,60

GEODETICKÝ A KARTOGRAFICKÝ OBZOR

odborný a vědecký časopis Českého úřadu zeměměřického a katastrálního a Úřadu geodézie, kartografie a katastra Slovenskej republiky

Redakce:

Ing. Stanislav Olejník – vedoucí redaktor

Ing. Ján Vanko – zástupce vedoucího redaktora

Petr Mach – technický redaktor

Redakční rada:

Ing. Jiří Černožský (předseda), **Ing. Juraj Kadlic, PhD.** (místopředseda), **Ing. Svatava Dokoupilová**, **Ing. Dušan Fičor**,
doc. Ing. Pavel Hánek, CSc., **prof. Ing. Ján Hefty, PhD.**, **Ing. Štefan Lukáč**, **Ing. Zdenka Roulová**

Vydává Český úřad zeměměřický a katastrální a Úřad geodézie, kartografie a katastra Slovenskej republiky v nakladatelství Vesmír, spol. s r. o., Na Florenci 3, 111 21 Praha 1, tel. 00420 234 612 395. Redakce a inzerce: Zeměměřický úřad, Pod sídlištěm 9, 182 11 Praha 8, tel. 00420 286 840 435, 00420 284 041 700, fax 00420 284 041 416, e-mail: stanislav.olejnik@atlas.cz a VÚGK, Chlumeckého 4, 826 62 Bratislava, telefon 004212 43 33 48 64, linka 317, fax 004212 43 29 20 28. Sází VIVAS, a. s., Sazečská 8, 108 25 Praha 10, tiskne Serifa, Jinonická 80, Praha 5.

Vychází dvanáctkrát ročně.

Distribuci předplatitelům (a jiným) distributorům v České republice, Slovenské republice i zahraničí zajišťuje nakladatelství Vesmír, spol. s r. o. Objednávky zasílejte na adresu Vesmír, spol. s r. o., Na Florenci 3, POB 423, 111 21 Praha 1, tel. 00420 234 612 394 (administrativa), další telefon 00420 234 612 395, fax 00420 234 612 396, e-mail vanek@msu.cas.cz, e-mail administrativa: vorackova@msu.cas.cz, nebo imlaufova@msu.cas.cz. Dále rozšiřují společnosti holdingu PNS, a. s., včetně předplatného, tel. zelená linka 800 17 11 81. Podávání novinových zásilek povoleno: Českou poštou, s. p., odštěpný závod Přeprava, čj. 467/97, ze dne 31. 1. 1997. Do Slovenskej republiky dováža MAGNET – PRESS SLOVAKIA, s. r. o., Šustekova 10, 851 04 Bratislava 5, tel. 004212 67 20 19 31 až 33, fax 004212 67 20 19 10, další čísla 67 20 19 20, 67 20 19 30, e-mail: magnet@press.sk. Předplatné rozšiřuje Slovenská pošta, a. s., Účelové stredisko predplatiteľských služieb tlače, Námestie slobody 27, 810 05 Bratislava 15, tel. 004212 54 41 99 12, fax 004212 54 41 99 06. Ročné predplatné 324,- Sk vrátane poštovného a balného.

Náklad 1200 výtisků. Toto číslo vyšlo v březnu 2005, do sazby v únoru 2005, do tisku 31. března 2005. Otisk povolen jen s udáním pramene a zachováním autorských práv.

© Vesmír, spol. s r. o., 2005

ISSN 0016-7096
Ev. č. MK ČR E 3093

**Přehled obsahu
Geodetického a kartografického obzoru
včetně abstraktů hlavních článků
je uveřejněn na internetové adrese
www.cuzk.cz**

Obsah

Prof. Ing. Ladislav Bitterer, PhD.
**Štruktúry matice podmienok F pri vyrovnání voľných
sietí** 41

Ing. Tomáš Bayer, Ph.D.
**Výpočet ekvideformát kartografických zobrazení vy-
užívající Beziérovův bikubický plát** 50

Doc. Ing. Imrich Horňanský, PhD.
**Kataster nehnuteľností v zrkadle 40. výročia zákona
o evidencii nehnuteľností na Slovensku** 55

OSOBNÍ ZPRÁVY 3. str. obálky

NEKROLOGY 3. str. obálky

Z REDAKČNÍ PRAXE 3. str. obálky

Štruktúry matice podmienok F pri vyrovnaní voľných sietí

Prof. Ing. Ladislav Bitterer, PhD.,
Katedra geodézie Stavebnej fakulty
Žilinskej univerzity v Žiline

528.335:528.1

Abstrakt

Definícia voľnej a vlozenej siete. Vyrovnanie voľnej siete s defektom vstupných údajov. Dôkazy podmienok vyrovnania. Formulácia Lagrangeovej funkcie a variančno – kovariančnej matice vektora vyrovnávaných veličín aplikáciou zákona hromadenia stredných chýb. Štruktúra voľnej výškovkej siete. Vyrovnanie siete s odmeranými dĺžkami, smerníkmi a uhlami. Odvodenie štruktúr matice podmienok F a schémy ich tvarov. Vyrovnanie voľnej siete z meraní súradnicových rozdielov. Vyrovnanie vlozenej siete.

Matrix Structures of Conditions F at Adjustment of the Free Networks

Summary

Definition of free as well as complementary networks. Adjustment of free network with a defect of input data. The proofs of conditions of adjustment. Formulation of Lagrange function and variance-covariance matrix of the vector of adjusted quantities using the law of mean error propagation. Structure of free altimetric network. Adjustment of a network with measured longitudes, bearing and angles. The derivation of the matrix structures of the conditions F and schemas their figures. Adjustment of free network with measured coordinate differences. Adjustment of complementary network.

1. Úvod

Súčasnými technológiami merania pri budovaní presných vytyčovacích sietí a kontrolnými meraniami ich stability docielujeme, že nová sieť je presnejšia ako vzťažná sieť v súradnicovom systéme Jednotnej trigonometrickej siete katastrálnej (S-JTSK). Vtedy pri tvorbe novej siete je účelné postupovať tak, že sieť vyrovnáme ako voľnú (miestnu) sieť, ktorú pripojíme a orientujeme na jeden bod siete. Docielime tým vysokú vnútornú presnosť siete a zároveň jej použiteľnosť v úlohách podmienených výstupom súradnic v systéme vzťažnej siete.

Vyrovnanie voľnej siete má v zásade dva postupy vyrovnania. Je to postup vyrovnania odmeraných prvkov metódou podmienkových meraní s následným výpočtom súradnic bodov siete alebo použitím niektorej z metód vyrovnania súradnic bodov siete s defektom (nedostatk) vzťažných údajov. Článok obsahuje postup vyrovnania voľnej siete metódou sprostredkujúcich meraní, ktoré sú doplnené podmienkami.

V geodetických a fotogrametrických úlohách vyrovnania sú často prvkami vyrovnania súradnice bodov trigonometrickej siete. Absolútna poloha a orientácia siete závisí od nevyhnutných vzťažných (vstupných) údajov referenčného systému, v ktorom sú súradnice definované. Sieť, ktorá má neúplné vstupné údaje sa nazýva **voľná sieť**. Úplne voľná sieť sa môže posúvať, otáčať a môže sa v nej meniť aj mierka.

Voľné siete, bez pripojenia na vzťažné body (v anglickej literatúre sú označené datum parameters), môžu byť určené dĺžkami, smerníkmi (alebo uhlami), súčasne určené dĺžkami a smerníkmi, alebo určené vektormi základníc (pri meraní globálnym systémom určovania polohy – GPS). Vyrovnaná voľná sieť sa vzťahuje na zvolené súradnice jedného bodu P_i a na zvolený smerník strany σ_{ij} .

Vložené siete sú pripojené na vzťažné body. Predstavovať môžu kombináciu terestrických meraní a meraní GPS s väzbou na S-JTSK.

Pre úplne voľné siete matica koeficientov pretvorených rovníc opráv **A** v rovniciach merania

$$\ell_{(n,1)} - \mathbf{v}_{(n,1)} = \mathbf{A}_{(n,m)} \mathbf{x}_{(m,1)} \quad (1)$$

je singulárna matica, to znamená, že jej hodnosť h je

$$h(\mathbf{A}_{(n,m)}) = h < m < n, \quad (2)$$

kde m je počet neznámych údajov (parametrov vyrovnania) a n je počet meraní.

Hodnosť $h = h(\mathbf{A})$ matice $\mathbf{A}_{(n,m)}$ nazývame maximálny počet lineárne nezávislých riadkových vektorov, ktorý je rovný maximálnemu počtu lineárne nezávislých stĺpcových vektorov matice **A**. Determinant singulárnej matice $\text{Det}(\mathbf{A}) = 0$.

Singularitu matice pretvorených koeficientov rovníc opráv **A** si predstavíme vyjadrením súčtu vektorov spojnic bodov (základníc) v trojuholníku, v ktorom platí $\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2 + \mathbf{s}_3 = \mathbf{0}$. To znamená, že ktorýkoľvek vektor v trojuholníku je súčtom ostatných dvoch vektorov.

O sieťach bez vzťažných údajov alebo s nekompletnými vzťažnými údajmi hovoríme, že majú defekt vzťažných údajov, čo znamená, že vzťažné údaje nie sú definované v dostatočnom množstve. Rozdiel medzi počtom nevyhnutných vzťažných údajov m^* a počtom existujúcich vzťažných údajov m' sa nazýva defekt hodnosti siete, označujeme ho d

$$d = m^* - m'. \quad (3)$$

Napríklad v rovinnom trojuholníku zadanom štyrmi veličinami, a to súradnicami jedného bodu a dvoma dĺžkami fixovanými uhlom, medzi dĺžkami chýba smerník. Defekt hodnosti takéhoto útvaru je $d = 1$.

Pre úplne voľnú sieť, ktorá nemá žiadne vzťažné údaje, počet d defektu hodnosti matice (alebo defektu vzťažných údajov) je rovný počtu nevyhnutných vzťažných údajov. V sieťach s defektom vzťažných údajov d je potrebné umelo doplniť chýbajúce nevyhnutné údaje tak, aby bolo možné meranie vyrovnat s doplnenými podmienkami.

Keď je v sieti okrem nevyhnutných vstupných údajov niekoľko jednoznačne zadaných veličín, hovoríme o **vedľajších podmienkach** (obmedzeniach). Vedľajšie podmienky môže definovať základnica, prevýšenie, smerník alebo uhol medzi

neznámymi bodmi. O týchto veličinách predpokladáme, že sú bezchybné, a preto sa nevyrovnávajú. Ale napr. dĺžka medzi dvoma súradnicovo určenými bodmi nepredstavuje podmienku, pretože súradnice bodov patria medzi vzťažné údaje.

2. Počet nevyhnutných vzťažných údajov m^*

Vačšina geodetických meraní (napr. meranie prevýšenia, uhla, dĺžky) neudáva absolútnu polohu bodu, ale iba relatívny geometrický vzťah medzi rôznymi bodmi siete. Nevyhnutnými vzťažnými (iniciálnymi) údajmi je minimálny počet takých vzťažných údajov, ktoré definujú absolútnu polohu siete s ohľadom na referenčný systém. Tieto vzťažné údaje v súhrne označujeme ako súradnice údajov alebo referenčné údaje siete.

V nivelačnej sieti je nevyhnutným vzťažným údajom výška jedného bodu. Počet nevyhnutných vzťažných údajov je takto $m^* = 1$.

Na vyrovnávanie smerov na stanovisku, je nevyhnutným vzťažným údajom jeden smer, od ktorého odvodíme smerníky z odmeraných smerov, $m^* = 1$.

V polohovej dvojrozmernej (2-D) sieti (kde sú odmerané uhly alebo smery), jeden bod $P_0(y_0, x_0)$ definuje absolútnu polohu siete, jeden známy smerník definuje orientáciu siete a základnica mierku siete. Počet nevyhnutných vstupných údajov je $m^* = 4$. V 2-D trigonometrickej – trilaterálnej sieti, kde sú odmerané dĺžky alebo spolu smerníky a dĺžky, je počet nevyhnutných vzťažných údajov $m^* = 3$. Jeden vzťažný bod $P_0(y_0, x_0)$ definuje absolútnu polohu siete, jeden smerník orientáciu siete.

V trojrozmernej (3-D) sieti iba s uhlovým meraním, vzťažnými údajmi sú: súradnice vzťažného bodu $P_0(y_0, x_0, z_0)$, tri orientačné parametre a faktor mierky siete. Počet nevyhnutných vstupných údajov je $m^* = 7$. Keď sú odmerané dĺžky, nie je potrebný faktor mierky siete, vtedy $m^* = 6$.

3. Vyrovnávanie voľnej siete s doplnenými podmienkami

Pri vyrovnávaní voľnej siete za podmienky metódy najmenších štvorcov (MNS)

$$\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} = \min., \quad (4)$$

matica koeficientov normálnych rovníc $\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}$ je singulárna, pretože platí $h(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A}) = h(\mathbf{A})$, pre akúkoľvek kladne definovanú maticu váhových koeficientov \mathbf{P} . V dôsledku toho vektor \mathbf{x} vyrovnávaných veličín nie je jednoznačne určený vyrovnávaním. Vyrovnávanie siete za podmienky MNS so singulárnou maticou koeficientov normálnych rovníc uvádzajú Mittermeyer [5], Wolf [10], Bjerhammar [2], Leick [6], Fan [3] a iní. Budeme aplikovať jedno z riešení, v ktorom k singulárnej matici koeficientov normálnych rovníc umelo pripojíme maticu podmienok, ktorou odstránime defekt hodnosti matice \mathbf{A} .

Hodnotu vektora vyrovnávaných parametrov \mathbf{x} vypočítame zo vzťahu

$$\mathbf{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \ell, \quad (5)$$

ktorý platí, ak matica \mathbf{F} o rozmeroch (d, m) je určená tak, že spĺňa podmienky

$$\mathbf{A} \mathbf{F}^T = \mathbf{0}, \quad |\mathbf{F} \mathbf{F}^T| \neq 0, \quad (6)$$

$$|\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{F}^T \mathbf{F}| \neq 0. \quad (7)$$

Ak počet vyrovnávaných veličín m je väčší ako počet nevyhnutných vzťažných údajov m^* , m veličín vo vektore \mathbf{x} zabezpečí $d = m - m^*$ podmienok (obmedzení), ktoré spĺňajú rovnicu podmienok vo vektorovom tvare

$$\mathbf{F}_{(d, m)} \mathbf{x}_{(m, 1)} = \mathbf{0}. \quad (8)$$

Dôkaz $\mathbf{F} \mathbf{x} = \mathbf{0}$

Nech

$$\bar{\mathbf{N}} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{F}^T \mathbf{F}. \quad (9)$$

Rovnicu (9) vynásobíme zľava maticou \mathbf{F} a upravíme

$$\bar{\mathbf{N}} \mathbf{F} = \mathbf{F}(\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{F}^T \mathbf{F}) = \begin{pmatrix} \mathbf{A} \mathbf{F}^T \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{F} \mathbf{F}^T \mathbf{F} = \mathbf{F} \mathbf{F}^T \mathbf{F}, \quad (10)$$

z ktorej môžeme dostať

$$\bar{\mathbf{N}}^{-1} = \mathbf{F}(\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1}. \quad (11)$$

Spojením rovníc (5) a (11), po prenásobení rovnice (5) zľava maticou \mathbf{F} dostaneme

$$\mathbf{F} \mathbf{x} = \bar{\mathbf{N}}^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \ell = \mathbf{F}(\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \ell = (\mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \begin{pmatrix} \mathbf{A} \mathbf{F}^T \\ \mathbf{0} \end{pmatrix} \mathbf{P} \ell = \mathbf{0}.$$

Majme rovnicu merania (1)

$$\ell_{(n, 1)} - \mathbf{v}_{(n, 1)} = \mathbf{A}_{(n, m)} \mathbf{x}_{(m, 1)}.$$

Opravy majú štatistické charakteristiky, strednú hodnotu a varianciu $E(\mathbf{v}) = \mathbf{0}$, $E(\mathbf{v} \mathbf{v}^T) = \sigma_0^2 \mathbf{P}^{-1}$.

Úlohou vyrovnania odmeraných veličín s podmienkami je určiť \mathbf{x} a \mathbf{v} , ktoré spĺňa podmienky

$$\begin{aligned} \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} &= \min., \\ \ell - \mathbf{v} &= \mathbf{A} \mathbf{x}, \\ \mathbf{F} \mathbf{x} &= \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (12)$$

Zostavíme Langrangeovu funkciu, ktorú derivujeme podľa vektora \mathbf{x}

$$\Omega(\mathbf{x}) = \mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} + 2\mathbf{k}^T (\mathbf{F} \mathbf{x}) = \mathbf{v}^T \mathbf{P} (\ell - \mathbf{A} \mathbf{x}) + 2\mathbf{k}^T (\mathbf{F} \mathbf{x}) = \min. \quad (13)$$

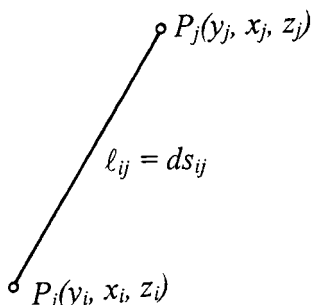
$$\frac{\partial \Omega(\mathbf{x})}{\partial \mathbf{x}} = 2\mathbf{v}^T \mathbf{P} (-\mathbf{A}) + 2\mathbf{k}^T \mathbf{F} = \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{v} - \mathbf{k}^T \mathbf{F} = \mathbf{0}. \quad (14)$$

K rovnici (14) pridáme rovnicu podmienok (8) a urobíme úpravy

$$\begin{aligned} \mathbf{A}^T \mathbf{P} (\ell - \mathbf{A} \mathbf{x}) - \mathbf{k}^T \mathbf{F} &= \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{F}^T \mathbf{k} - \mathbf{A}^T \mathbf{P} \ell = \mathbf{0}, \\ \mathbf{F} \mathbf{x} &= \mathbf{0}. \end{aligned} \quad (15)$$

Normálne rovnice s podmienkami v maticovom tvare budú

$$\begin{pmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} & \mathbf{F}^T \\ \mathbf{F} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{N} & \mathbf{F}^T \\ \mathbf{F} & \mathbf{0} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{x} \\ \mathbf{k} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \ell \\ \mathbf{0} \end{pmatrix}. \quad (16)$$



Obr. 1 Meranie dĺžok

Pretože matice $A^T P A = N$ je singularná, v riešení nemôžeme pokračovať. V záujme vyriešenia vektora x druhý riadok prvej matice (16) vynásobíme zľava s maticou F^T a pripočítame k prvému riadku. Dostaneme

$$\begin{pmatrix} A^T P A + F^T F & F^T \\ F & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N & F^T \\ F & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A^T P \ell \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (17)$$

kde $\bar{N} = A^T P A + F^T F$.

Z prvej rovnice (17) vypočítame vektor x

$$x = \bar{N}^{-1} A^T P \ell - \bar{N}^{-1} F^T k, \quad (18)$$

ktorý dosadíme do druhej rovnice (15) a vypočítame vektor korelát

$$k = (F \bar{N}^{-1} F^T)^{-1} F \bar{N}^{-1} A^T P \ell. \quad (19)$$

Výslednú hodnotu vektora x dostaneme dosadením rovnice (19) do rovnice (18)

$$x = \bar{N}^{-1} A^T P \ell - \bar{N}^{-1} F^T (F \bar{N}^{-1} F^T)^{-1} F \bar{N}^{-1} A^T P \ell. \quad (20)$$

Keďže v druhom člene matice v zmysle podmienky (6) je výraz $F \bar{N}^{-1} A^T = 0$, vektor vyrovnávaných veličín voľnej siete x má konečný tvar

$$x = \bar{N}^{-1} A^T P \ell = (A^T P A + F^T F)^{-1} A^T P \ell, \quad (21)$$

čím sme dostali vpredu uvedený vzťah (5).

Dôkaz $F \bar{N}^{-1} A^T = 0$

Platí $\bar{N} \bar{N}^{-1} = (A^T P A + F^T F) \bar{N}^{-1} = E$.

Obidve strany rovnice vynásobíme zľava maticou F

$$\begin{pmatrix} F A^T P A + F F^T F \\ 0 \end{pmatrix} \bar{N}^{-1} = F F^T \bar{N}^{-1} = F.$$

Po úprave a vynásobením sprava s A^T dostaneme

$$\begin{aligned} F \bar{N}^{-1} &= (F F^T)^{-1} F, \\ F \bar{N}^{-1} A^T &= (F F^T)^{-1} F A^T = 0. \end{aligned}$$

Variančno - kovariančnú maticu vektora vyrovnávaných veličín x dostaneme aplikáciou zákona hromadenia stredných chýb

$$C_x = (A^T P A + F^T F)^{-1} A^T P \sigma_0^2 P^{-1} [(A^T P A + F^T F)^{-1} A^T P]^T. \quad (22)$$

Po úprave dostaneme, keď výraz v zaoblenej zátvorke je \bar{N}^{-1}

$$\begin{aligned} C_x &= \sigma_0^2 \left[\bar{N}^{-1} A^T P P^{-1} (\bar{N}^{-1} A^T P)^T \right] = \sigma_0^2 \bar{N}^{-1} A^T P A \bar{N}^{-1} = \\ &= \sigma_0^2 \bar{N}^{-1} (\bar{N} - F^T F) \bar{N}^{-1} = \sigma_0^2 \left(\frac{\bar{N}^{-1} \bar{N}}{E} - \bar{N}^{-1} F^T F \bar{N}^{-1} \right) = \quad (23) \\ &= \sigma_0^2 (\bar{N}^{-1} - \bar{N}^{-1} F^T F \bar{N}^{-1}). \end{aligned}$$

Jednotkovú strednú chybu vypočítame zo vzťahu

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{v^T P v}{n - m}},$$

kde n je počet meraní a m je počet vyrovnávaných veličín.

Stredné chyby odmeraných veličín vypočítame zo vzťahov

$$\hat{\sigma}_{\ell_i} = \sigma_0 \sqrt{Q_{\ell_i \ell_i}}, \quad \text{kde } Q_{\ell_i \ell_i} \text{ sú kovariancie na diagonále matice } C_x.$$

4. Analýza štruktúr matice F

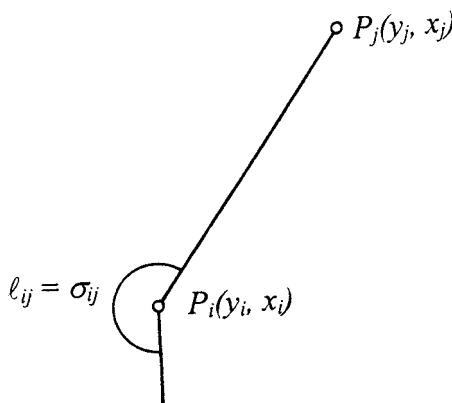
Podľa definície podmienok rovnicami (6) a (7) je zřejmé, že matice F musí závisieť od štruktúry matice koeficientov pretvorených rovníc opráv A , to znamená, že závisí od konfigurácie siete. Odvodíme prvky matice F pre rôzne typy voľných sietí, kde súradnice neznámych bodov vystupujú ako neznáme parametre v rovnicach merania (1).

Štruktúra matice F vo voľnej výškovej sieti je veľmi jednoduchá [7]. Vyplýva z podmienky súčtu prevýšení v uzavretom obrazení, z čoho vyplýva $\sum \delta h = 0$.

Vyrovnanie siete s odmeranými dĺžkami, smerníkmi a uhlami [8]

Predpokladajme, že pri vyrovnaní voľnej polohovej siete budú všetky body novo určené. Vtedy súradnice bodov siete budú vystupovať ako neznáme veličiny.

Rovnice merania odmeraných dĺžok, koeficienty pretvorených rovníc opráv a koeficientov pretvorených rovníc opráv po linearizácii sú (obr. 1):



Obr. 2 Meranie smerníkov

$$s_{ij} - v_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2},$$

$$(s_{ij} - s_{0ij}) - v_{ij} = a_{sij} \delta x_i + b_{sij} \delta y_i + c_{sij} \delta z_i + d_{sij} \delta x_j + e_{sij} \delta y_j + f_{sij} \delta z_j,$$

$$a_{sij} = -\frac{x_{0j} - x_{0i}}{s_{0ij}} = -\cos \varphi_{0ij}, \quad b_{sij} = -\frac{y_{0j} - y_{0i}}{s_{0ij}} = -\sin \varphi_{0ij}, \quad (24)$$

$$c_{sij} = -\frac{z_{0j} - z_{0i}}{s_{0ij}}, \quad d_{sji} = -a_{sij}, \quad e_{sji} = -b_{sij}, \quad f_{sji} = -c_{sij},$$

$$s_{0ij} = \sqrt{(x_{0j} - x_{0i})^2 + (y_{0j} - y_{0i})^2 + (z_{0j} - z_{0i})^2},$$

$$\varphi_{0ij} = \arctg \left(\frac{y_{0j} - y_{0i}}{x_{0j} - x_{0i}} \right),$$

kde $x_{0i}, x_{0j}, y_{0i}, y_{0j}, z_{0i}, z_{0j}, s_{0ij}$ sú približné hodnoty súradníc a dĺžok siete.

Rovnice merania odmeraných smerníkov (obr. 2), pretvorené rovnice opráv a koeficientov pretvorených rovníc opráv sú:

$$\sigma_{ij} = \alpha_{ij} - v_{ij} = \arctg \left(\frac{y_j - y_i}{x_j - x_i} \right),$$

$$(\alpha_{ij} - \varphi_{0ij}) - v_{ij} = a_{caj} \delta x_i + b_{caj} \delta y_i + c_{caj} \delta x_j + d_{caj} \delta y_j,$$

$$a_{caj} = \frac{\sin \varphi_{0ij}}{s_{0ij}} \rho^{cc}, \quad b_{caj} = -\frac{\cos \varphi_{0ij}}{s_{0ij}} \rho^{cc}, \quad c_{caj} = -a_{caj}, \quad d_{caj} = -b_{caj}. \quad (25)$$

Rovnice merania odmeraných uhlov (obr. 3), pretvorené rovnice opráv a koeficienty pretvorených rovníc opráv sú:

$$\omega_{ijk} - v_{ijk} = \arctg \left(\frac{y_k - y_i}{x_k - x_i} \right) - \arctg \left(\frac{y_j - y_i}{x_j - x_i} \right), \quad (26)$$

$$(\omega_{ijk} - \omega_{0ijk}) - v_{ijk} = a_{oak} \delta x_i + b_{oaj} \delta y_i + c_{oaj} \delta x_j + d_{oaj} \delta y_j + e_{oak} \delta x_k + f_{oak} \delta y_k, \quad (27)$$

$$a_{oak} = \frac{\partial \ell_{ijk}}{\partial x_i} = \frac{y_{0k} - y_{0i}}{(s_{0ik})^2} \rho^{cc} - \frac{y_{0j} - y_{0i}}{(s_{0ij})^2} \rho^{cc} = \frac{\sin \varphi_{0ik}}{s_{0ik}} \rho^{cc} - \frac{\sin \varphi_{0ij}}{s_{0ij}} \rho^{cc} = A_i + B_i,$$

$$b_{oak} = \frac{\partial \ell_{ijk}}{\partial y_i} = -\frac{x_{0k} - x_{0i}}{(s_{0ik})^2} \rho^{cc} + \frac{x_{0j} - x_{0i}}{(s_{0ij})^2} \rho^{cc} = -\frac{\cos \varphi_{0ik}}{s_{0ik}} \rho^{cc} + \frac{\cos \varphi_{0ij}}{s_{0ij}} \rho^{cc} = C_i + D_i,$$

$$c_{oaj} = \frac{\partial \ell_{ijk}}{\partial x_j} = \frac{y_{0j} - y_{0i}}{(s_{0ij})^2} \rho^{cc} = \frac{\sin \varphi_{0ij}}{s_{0ij}} \rho^{cc} = -B_i,$$

$$d_{oaj} = \frac{\partial \ell_{ijk}}{\partial y_j} = -\frac{x_{0j} - x_{0i}}{(s_{0ij})^2} \rho^{cc} = -\frac{\cos \varphi_{0ij}}{s_{0ij}} \rho^{cc} = -D_i, \quad (28)$$

$$e_{oak} = \frac{\partial \ell_{ijk}}{\partial x_k} = -\frac{y_{0k} - y_{0i}}{(s_{0ik})^2} \rho^{cc} = -\frac{\sin \varphi_{0ik}}{s_{0ik}} \rho^{cc} = -A_i,$$

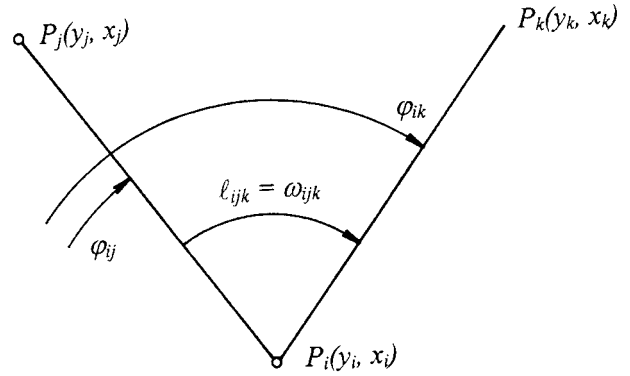
$$f_{oak} = \frac{\partial \ell_{ijk}}{\partial y_k} = \frac{x_{0k} - x_{0i}}{(s_{0ik})^2} \rho^{cc} = \frac{\cos \varphi_{0ik}}{s_{0ik}} \rho^{cc} = -C_i,$$

Rovnice merania dĺžok, smerníkov a uhlov v maticovom zápise sú:

$$\ell_{(n,1)} - \mathbf{v}_{(n,1)} = \mathbf{A}_{(n,m)} \mathbf{x}_{(m,1)}. \quad (29)$$

Normálne rovnice voľnej siete vytvorené z rovnice (29) sa nedajú riešiť. Pri sieťach určených dĺžkami a smerníkmi normálne rovnice sú singularné s defektom hodnosti $d = 3$ a pri sieťach s uhlovým meraním s defektom $d = 4$.

Singularitu v matici normálnych rovníc pri vyrovnaní siete s odmeranými dĺžkami a smerníkmi odstránime zostave-



Obr. 3 Meranie uhlov v trigonometrickej sieti

ním troch podmienkových rovníc, ktoré vyplývajú z transformácie súradníc bodov zo systému x_i, y_i , do určovaného systému X_i, Y_i .

Transformačné rovnice sú:

$$X_i = X_0 + x_i \cos \omega - y_i \sin \omega,$$

$$Y_i = Y_0 + x_i \sin \omega + y_i \cos \omega. \quad (30)$$

Z transformačných rovníc vyrovnaním určíme opravy (korekcie) súradníc $\delta x_i, \delta y_i$. Vzťah medzi vyrovnanými súradnicami a ich korekciami vyjadrujú rovnice

$$X_i = x_{0i} + \delta x_i,$$

$$Y_i = y_{0i} + \delta y_i, \quad (31)$$

kde x_{0i}, y_{0i} sú približné súradnice voľnej siete.

Z rovníc (30) a (31) odvodíme vzťahy

$$\delta x_i = X_0 + x_i \cos \omega - y_i \sin \omega - x_{0i},$$

$$\delta y_i = Y_0 + x_i \sin \omega + y_i \cos \omega - y_{0i}, \quad (32)$$

v ktorých predmetom určenia sú transformačné koeficienty X_0, Y_0 a uhol pootočenia systémov ω . Súradnice X_0, Y_0 predstavujú posun voľného systému a uhol ω rotáciu voľného systému. Rovnice (32) linearizujeme rozvojom do Taylorovho radu. Po nahradení $\omega = \omega_0 + d\omega$ majú tvar

$$\delta x_i = X_0 + (-x_i \sin \omega_0 - y_i \cos \omega_0) d\omega + (x_i \cos \omega_0 - y_i \sin \omega_0 - x_{0i}),$$

$$\delta y_i = Y_0 + (x_i \cos \omega_0 - y_i \sin \omega_0) d\omega + (x_i \sin \omega_0 + y_i \cos \omega_0 - y_{0i}). \quad (33)$$

Rovnice v symbolickom zápise

$$\delta x_i = X_0 + a_i d\omega + \ell_i,$$

$$\delta y_i = Y_0 + b_i d\omega + k_i, \quad (34)$$

dosadíme do funkcie vyrovnania MNŠ

$$\Omega = \sum (\delta x^2 + \delta y^2) = 0.$$

Prvé dve podmienky v matici \mathbf{F} vyplývajú z podmienky minima funkcie Ω po derivácii

$$\sum \delta x = 0, \quad \sum \delta y = 0. \quad (35)$$

Tretia podmienková rovnica je daná parciálnou deriváciou funkciou Ω podľa $d\omega$

$$2 \sum (X_0 + a_i d\omega + \ell_i) a_i + 2 \sum (Y_0 + b_i d\omega + k_i) b_i =$$

$$= \sum \delta x a_i + \sum \delta y b_i = \sum (-x_i \sin \omega_0 - y_i \cos \omega_0) \delta x + \sum (x_i \cos \omega_0 - y_i \sin \omega_0) \delta y = (36)$$

$$= \sum (-y_i \delta x + x_i \delta y) \cos \omega_0 + \sum (-x_i \delta x - y_i \delta y) \sin \omega_0 = 0.$$

S ohľadom na predpokladaný malý uhol rotácie $\omega \approx 0$, $\sin \omega \approx 0$, $\cos \omega \approx 1$, dostaneme tretiu podmienku v matici \mathbf{F} v tvare

$$\sum (-y_i \delta x + x_i \delta y) = 0. \quad (37)$$

Rovnice (35) a (37) odstránia singularitu voľnej siete určenej dĺžkami a smerníkmi po dosadení matice $\mathbf{F}^T \mathbf{F}$ do rovnice (21), čím dostaneme exaktné vyriešenie vektora vyrovnávaných veličín.

Pri vyrovnaní voľnej siete určenej odmeranými uhlami ďalšia podmienka určuje faktor mierky siete. Uvažujeme štvorec vektora dĺžky

$$s_i^2 = (x_{0i} + \delta x_i)^2 + (y_{0i} + \delta y_i)^2, \quad (38)$$

kde x_{0i} , y_{0i} sú približné hodnoty súradníc vektora vo vzťahu k počiatku súradnicového systému. Po úprave rovnica (38) bude

$$s_i^2 \approx x_{0i}^2 + 2x_{0i} \delta x_i + y_{0i}^2 + 2y_{0i} \delta y_i, \quad (39)$$

v rovnici (39) sme zanedbali štvorec korekcií δx a δy . V predchádzajúcom texte už bolo uvedené pri zdôvodnení singularitu matice \mathbf{A} , že súčet vektorov v trojuholníku $\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2 + \mathbf{s}_3 = \mathbf{0}$.

Keď spočítame vektory (39) dostaneme

$$\sum_{i=1}^k s_i^2 = \sum_{i=1}^k s_{0i}^2 + 2 \sum (x_{0i} \delta x_i + y_{0i} \delta y_i) = \sum_{i=1}^k s_{0i}^2. \quad (40)$$

Aby rovnica súčtu vektorov v trojuholníku (sieti) bola splnená, druhý člen sumy musí byť rovný nule. Dostávame tak štvrtú podmienkovú rovnicu do štruktúry matice \mathbf{F} pre voľnú sieť odmeranú smermi, resp. uhlami.

Vyrovnanie voľnej 3-D siete bez odmeraných dĺžok zodpovedá priestorovej transformácii so siedmimi transformačnými koeficientmi. Všeobecne známy tvar priestorových transformačných rovníc zapisujeme v tvare

$$X_i = X_0 + a_{11}x_{0i} + a_{12}y_{0i} + a_{13}z_{0i} + q x_{0i},$$

$$Y_i = Y_0 + a_{21}x_{0i} + a_{22}y_{0i} + a_{23}z_{0i} + q y_{0i}, \quad (41)$$

$$Z_i = Z_0 + a_{31}x_{0i} + a_{32}y_{0i} + a_{33}z_{0i} + q z_{0i},$$

kde $X_i = x_{0i} + \delta x_i$, $Y_i = y_{0i} + \delta y_i$, $Z_i = z_{0i} + \delta z_i$ sú vyrovnané priestorové súradnice, x_{0i} , y_{0i} , z_{0i} sú približné hodnoty súradníc a δx_i , δy_i , δz_i sú opravy (korekcie) k približným hodnotám súradníc. X_0 , Y_0 , Z_0 sú translačné parametre, ktoré predstavujú posun počiatku voľného systému do referenčného systému, a_{ij} sú koeficienty matice rotačných uhlov a q je faktor úpravy mierky. Predpokladáme, že q bude mať rovnakú hodnotu v smere všetkých priestorových osí. Keď sú odmerané dĺžky, členy s faktorom mierky majú nulovú hodnotu.

Pri malých rotáciách a zohľadnení koeficienta úpravy mierky má matica rotačných koeficientov podľa Buršovho – Wolfvohu modelu tvar

$$\begin{pmatrix} q & \delta_3 & -\delta_2 \\ -\delta_3 & q & \delta_1 \\ \delta_2 & -\delta_1 & q \end{pmatrix}. \quad (42)$$

Prvky matice sú symetrické v dôsledku predpokladanej ortogonalnosti (zachovaní pravých uhlov medzi osami). Rovnice (41) zapíšeme v tvare

$$\begin{pmatrix} x_{0i} \\ y_{0i} \\ z_{0i} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \delta x_i \\ \delta y_i \\ \delta z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \end{pmatrix} + (1 + q) \begin{pmatrix} 1 & \delta_3 & -\delta_2 \\ -\delta_3 & 1 & \delta_1 \\ \delta_2 & -\delta_1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_{0i} \\ y_{0i} \\ z_{0i} \end{pmatrix}. \quad (43)$$

Po vynásobení prvkov matice v rovnici (43) a zanedbaní súčinov rotačných koeficientov s faktormi mierky dostaneme

$$\begin{aligned} \delta x_i &= X_0 - z_{0i} \delta_2 + y_{0i} \delta_3 + q x_{0i}, \\ \delta y_i &= Y_0 + z_{0i} \delta_1 - x_{0i} \delta_3 + q y_{0i}, \\ \delta z_i &= Z_0 - y_{0i} \delta_1 + x_{0i} \delta_2 + q z_{0i}. \end{aligned} \quad (44)$$

Rovnice v maticovom zápise majú tvar

$$\begin{pmatrix} \delta x_i \\ \delta y_i \\ \delta z_i \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -z_{0i} & y_{0i} & x_{0i} \\ 0 & 1 & 0 & z_{0i} & 0 & -x_{0i} & y_{0i} \\ 0 & 0 & 1 & -y_{0i} & x_{0i} & 0 & z_{0i} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} X_0 \\ Y_0 \\ Z_0 \\ \delta_1 \\ \delta_2 \\ \delta_3 \\ q \end{pmatrix}. \quad (45)$$

V 3-D sieti podmienkové rovnice zostavíme dosadením rovníc (44) do funkcie minima MNŠ

$$\Omega = \sum (\delta x_i^2 + \delta y_i^2 + \delta z_i^2) = \min., \quad (46)$$

ktorej parciálne derivácie podľa premenných X_0 , Y_0 , Z_0 , δ_1 , δ_2 , δ_3 a q položíme rovné nule:

$$\frac{\partial \Omega}{\partial X_0} = 2 \sum_{i=1}^k \underbrace{(X_0 - z_{0i} \delta_2 + y_{0i} \delta_3 + q x_{0i})}_{\delta x_i} = 2 \sum_{i=1}^k \delta x_i = 0,$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial Y_0} = 2 \sum_{i=1}^k \delta y_i = 0,$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial Z_0} = 2 \sum_{i=1}^k \delta z_i = 0,$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \delta_1} = \sum_{i=1}^k \left(2 \delta y_i \frac{\partial \delta y_i}{\partial \delta_1} + 2 \delta z_i \frac{\partial \delta z_i}{\partial \delta_1} \right) = -2 \sum_{i=1}^k (-z_{0i} \delta y_i + y_{0i} \delta z_i) = 0, \quad (47)$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \delta_2} = \sum_{i=1}^k \left(2 \delta x_i \frac{\partial \delta x_i}{\partial \delta_2} + 2 \delta z_i \frac{\partial \delta z_i}{\partial \delta_2} \right) = -2 \left(\sum_{i=1}^k z_{0i} \delta x_i - x_{0i} \delta z_i \right) = 0,$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial \delta_3} = \sum_{i=1}^k \left(2 \delta x_i \frac{\partial \delta x_i}{\partial \delta_3} + 2 \delta y_i \frac{\partial \delta y_i}{\partial \delta_3} \right) = -2 \left(\sum_{i=1}^k -y_{0i} \delta x_i + x_{0i} \delta y_i \right) = 0,$$

$$\frac{\partial \Omega}{\partial q} = \sum_{i=1}^k \left(2 \delta x_i \frac{\partial \delta x_i}{\partial q} + 2 \delta y_i \frac{\partial \delta y_i}{\partial q} + 2 \delta z_i \frac{\partial \delta z_i}{\partial q} \right) =$$

$$= 2 \sum_{i=1}^k (x_{0i} \delta x_i + y_{0i} \delta y_i + z_{0i} \delta z_i) = 0.$$

Splnenie podmienok $\sum_{i=1}^k \delta x_i = 0$, $\sum_{i=1}^k \delta y_i = 0$, $\sum_{i=1}^k \delta z_i = 0$ znamená, že súradnice ťažiska siete dané približnými súradnicami sa vyrovnaním nezmenia.

5. Štruktúry matice F

Prvky matice $F_{(d,m)}$ zostavujeme pre 1-D, 2-D a 3-D vyrovnanie siete. V rozmere matice F , d je počet podmienok, m je počet vyrovnávaných parametrov, $k = m/D$ je počet neznámych bodov a D je rozmer siete. Z odvodených podmienkových rovníc zostavíme maticu F v poradí zostavovania súradníc x , y , z v podmienkových rovniciach.

1. Voľná nivelačná sieť (1-D) s defektom $d = 1$

$$F_{(1,m)} = (1 \quad 1 \dots 1), \quad (48)$$

kde $m = k$ je počet neznámych výšok bodov v nivelačnej sieti.

2. 2-D voľná trigonometrická sieť s odmeranými dĺžkami, alebo odmeranými dĺžkami a smerníkmi s defektom $d = 3$

$$F_{(3,m)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 1 \\ -y_{01} & x_{01} & -y_{02} & x_{02} & \dots & -y_{0k} & x_{0k} \end{pmatrix}, \quad (49)$$

kde m je počet neznámych parametrov ($\delta x_1, \delta y_1, \delta x_2, \delta y_2, \dots, \delta x_k, \delta y_k$), $k = m/2$ je počet neznámych bodov a x_{0i}, y_{0i} sú približné súradnice i -teho bodu ($i = 1, 2, \dots, k$).

3. 2-D voľná trigonometrická sieť s odmeranými uhlami s defektom $d = 4$

$$F_{(4,m)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 & \dots & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & \dots & 0 & 1 \\ -y_{01} & x_{01} & -y_{02} & x_{02} & \dots & -y_{0k} & x_{0k} \\ x_{01} & y_{01} & x_{02} & y_{02} & \dots & x_{0k} & y_{0k} \end{pmatrix}, \quad (50)$$

4. 3-D voľná sieť bez odmeraných dĺžok s defektom $d = 7$

$$F_{(7,m)} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & \dots & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & \dots & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & \dots & 0 & 0 & 1 \\ 0 & -z_{01} & y_{01} & 0 & -z_{02} & y_{02} & \dots & 0 & -z_{0k} & y_{0k} \\ z_{01} & 0 & -x_{01} & z_{02} & 0 & -x_{02} & \dots & z_{0k} & 0 & -x_{0k} \\ -y_{01} & x_{01} & 0 & -y_{02} & x_{02} & 0 & \dots & -y_{0k} & x_{0k} & 0 \\ x_{01} & y_{01} & z_{01} & x_{02} & y_{02} & z_{02} & \dots & x_{0k} & y_{0k} & z_{0k} \end{pmatrix}, \quad (51)$$

kde m je počet neznámych parametrov ($\delta x_1, \delta y_1, \delta z_1, \delta x_2, \dots, \delta x_k, \delta y_k, \delta z_k$) a $k = m/3$ je počet neznámych bodov.

6. Vyrovnanie voľnej siete z meraní súradnicových rozdielov

Štruktúru postupu vyrovnanja voľnej siete určenej súradnicovými rozdielmi si ukážeme na bodoch základnice \mathbf{s}_{ij} , odmeranej terestricky alebo metódou GPS [4]. Výsledkom merania je vektor priestorovej dĺžky

Tab. 1

$\mathbf{x}_{(1,m)}^T$	δx_i	δy_i	δz_i	δx_j	δy_j	δz_j	...	δx_k	δy_k	δz_k
$F_{(7,m)}$	1	0	0	1	0	0		1	0	0
	0	1	0	0	1	0		0	1	0
	0	0	1	0	0	1		0	0	1
	0	$-z_{0i}$	y_{0i}	0	$-z_{0j}$	y_{0j}		0	$-z_{0k}$	y_{0k}
	z_{0i}	0	$-x_{0i}$	z_{0j}	0	$-x_{0j}$		z_{0k}	0	$-x_{0k}$
	$-y_{0i}$	x_{0i}	0	$-y_{0j}$	x_{0j}	0		$-y_{0k}$	x_{0k}	0

Tab. 2

	$A - B$	σ	$B - C$	σ	$C - A$	σ
	[m]					
Δx	-46,016	0,003	1592,530	0,004	-1546,520	0,003
Δy	-1575,322	0,002	1521,875	0,002	53,440	0,002
Δz	40,600	0,006	-45,019	0,006	4,425	0,005
s_m	1576,516 ₈		2203,243 ₅		1547,449 ₄	

Tab. 3

	A_0	B_0	C_0
	[m]		
x_0	250,107	204,091	1796,627
y_0	1695,533	120,211	1642,093
z_0	420,023	460,623	415,598

$$\mathbf{s}_{ij} = \begin{pmatrix} \Delta x_{ij} \\ \Delta y_{ij} \\ \Delta z_{ij} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x_j - x_i \\ y_j - y_i \\ z_j - z_i \end{pmatrix} \quad (52)$$

a kovariančná matica presnosti merania súradnicových rozdielov základnice \mathbf{Q}_{ij} .

Rovnica merania základnice má tvar

$$s_{ij} - v_{ij} = \sqrt{(x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2}. \quad (53)$$

Určíme približné súradnice bodov $I_0(x_{0i}, y_{0i}, z_{0i})$ a $J_0(x_{0j}, y_{0j}, z_{0j})$. Korekcie k približným súradniciam sú $\delta x_i, \delta y_i, \delta z_i, \delta x_j, \delta y_j, \delta z_j$. Pretvorená rovnica opráv základnice má tvar

$$(s_{ij} - s_{0ij}) - v_{ij} = a \delta x_i + b \delta y_i + c \delta z_i + d \delta x_j + e \delta y_j + f \delta z_j. \quad (54)$$

Koeficienty pretvorených rovníc opráv vyjadrujú vzťahy (24).

Rovnica merania (54) má v maticovom vyjadrení tvar

$$\ell - \mathbf{v} = \mathbf{A} \mathbf{x}. \quad (55)$$

Rozmer matice merania \mathbf{A} je (n, m) . Odmerané základnice sa združujú do siete. Predpokladajme, že v sieti sa postupne odmerali a samostatne spracovali vektory základníc \mathbf{s}_{ij} s presnosťou, ktorú vyjadrujú kovariancie matíc základníc \mathbf{Q}_{ij} submaticami variancií súradnicových rozdielov $\sigma_{\Delta x}^2, \sigma_{\Delta y}^2, \sigma_{\Delta z}^2$.

Tab. 4

	$A_0 - B_0$	$B_0 - C_0$	$C_0 - A_0$
	[m]		
x_0	-46,016	1592,536	-1546,520
y_0	-1575,322	1521,882	53,440
z_0	40,600	-45,025	4,425
s_0	1576,516 ₈	2203,252 ₈	1547,449 ₄

Tab. 5

	A_0	δ	$A=A_0+\delta$	B_0	δ	$B=B_0+\delta$	C_0	δ	$C=C_0+\delta$
	[m]	[mm]	[m]	[m]	[mm]	[m]	[m]	[mm]	[m]
\hat{x}	250,107	-2,1	250,104 ₉	204,091	4,4	204,095 ₄	1796,627	-2,3	1796,624 ₇
\hat{y}	1695,533	2,3	1695,535 ₃	120,211	2,1	120,213 ₁	1642,093	-4,3	1642,088 ₇
\hat{z}	420,023	0	420,023 ₀	460,623	-0,1	460,622 ₉	415,598	0,1	415,598 ₁

Kovariancie základníc vypočítame z variancií súradnicových rozdielov jednotlivých základníc aplikáciou zákona hromadenia váh. Kovariancia vektora základnice \mathbf{s}_{ij} je

$$q_{ij} = \frac{1}{p_{ij}} = \mathbf{a}^T \mathbf{P}^{-1} \mathbf{a}, \tag{56}$$

kde $\mathbf{a}^T = (a_{ij}, b_{ij}, c_{ij})$ a diagonála matice \mathbf{P}^{-1} má členy

$$\left(\frac{\sigma_{\Delta x}^2}{\sigma_0^2}, \frac{\sigma_{\Delta y}^2}{\sigma_0^2}, \frac{\sigma_{\Delta z}^2}{\sigma_0^2} \right).$$

Podmienkové rovnice podľa štruktúry (51) matice \mathbf{F} s odmeranými dĺžkami sú v tabuľke 1.

$$\mathbf{F}_{(6,9)} \mathbf{x}_{(9,1)} = \mathbf{0}. \tag{57}$$

Postup vyrovnania a výpočet kovariančnej matice odmeraných prvkov vektorov základníc \mathbf{C}_x je uvedený v časti 3. Opravy v_i na výpočet jednotkovej strednej chyby σ_0 vypočítame z rozdielov vyrovnaných a odmeraných súradnicových rozdielov $v_{(x,y,z)}^i = \hat{\Delta}_{(x,y,z)}^i - \Delta_{(x,y,z)}^i$.

Ak vyrovnávame iba polohovo určenú voľnú sieť, matica podmienok \mathbf{F} bude mať štruktúru (49).

Príklad 1. Ilustračný príklad naznačuje metodický postup vyrovnania voľnej siete s podmienkami. V trojuholníku A, B, C boli odmerané priestorové vektory $\mathbf{s}_{AB}, \mathbf{s}_{BC}, \mathbf{s}_{CA}$, ku ktorým sú priradené súradnicové rozdiely s presnosťou, ktorú vyjadrujú stredné chyby súradnicových rozdielov $\sigma_{\Delta x}, \sigma_{\Delta y}, \sigma_{\Delta z}$.

Tab. 6

	$A - B$	$B - C$	$C - A$		$A - B$	$B - C$	$C - A$
	[m]				[mm]		
$\Delta \hat{x}$	-46,009 ₅	1592,529 ₃	-1546,519 ₈	$v_x = \Delta \hat{x} - \Delta x$	6,5	-0,7	0,2
$\Delta \hat{y}$	-1575,322 ₂	1521,875 ₆	53,446 ₆	$v_y = \Delta \hat{y} - \Delta y$	-0,2	0,6	6,6
$\Delta \hat{z}$	40,599 ₉	-45,024 ₈	4,424 ₉	$v_z = \Delta \hat{z} - \Delta z$	-0,1	-5,8	-0,1
s	1576,516 ₈	2203,243 ₆	1547,449 ₄		$\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v} =$		66,393

Odmerané súradnicové rozdiely a ich stredné chyby sú v tabuľke 2 a predbežné súradnice bodov A_0, B_0, C_0 v tabuľke 3.

Vypočítame predbežné súradnice bodov siete $P_{0i}(x_{0i}, y_{0i}, z_{0i})$, ku ktorým vypočítame vektor korekcií $\mathbf{x}^T = (\delta x_i, \delta y_i, \delta z_i)$. Predbežné súradnicové rozdiely sú v tabuľke 4.

Členy v maticiach váhových koeficientov základníc vypočítame zo vzťahov $p_i = \frac{\sigma_0^2}{\sigma_i^2} = \frac{2^2}{\sigma_i^2}$ pre jednotlivé súradnicové rozdiely:

$$\mathbf{P}_{AB} = \begin{pmatrix} 0,44 & 0 & 0 \\ 0 & 1,00 & 0 \\ 0 & 0 & 0,11 \end{pmatrix} \quad \mathbf{P}_{BC} = \begin{pmatrix} 0,25 & 0 & 0 \\ 0 & 1,00 & 0 \\ 0 & 0 & 0,11 \end{pmatrix} \quad \mathbf{P}_{CA} = \begin{pmatrix} 0,44 & 0 & 0 \\ 0 & 1,00 & 0 \\ 0 & 0 & 0,16 \end{pmatrix}.$$

S použitím vzťahov (28) vypočítame členy matice pretvorených koeficientov opráv \mathbf{A} a vektora ℓ .

Matica \mathbf{A} :

Vektor ℓ :

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 0,0292 & 0,9992 & -0,0258 & -0,0292 & -0,9992 & 0,0258 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -0,7228 & -0,6907 & 0,0204 & 0,7228 & 0,6907 & -0,0204 \\ 0,9994 & -0,0345 & -0,0029 & 0 & 0 & 0 & -0,9994 & 0,0345 & 0,0029 \end{pmatrix}, \quad \ell = \begin{pmatrix} 0,0 \\ -9,3 \\ 0,0 \end{pmatrix}.$$

Kovariancie základníc vypočítame podľa zákona hromadenia váh pomocou vzťahu (56):

$$q_{AB} = \frac{1}{p_{AB}} = \mathbf{a}_{AB}^T \mathbf{P}_{AB}^{-1} \mathbf{a}_{AB} = (0,0292 \quad 0,9992 \quad -0,0258) \begin{pmatrix} 0,44 & 0 & 0 \\ 0 & 1,00 & 0 \\ 0 & 0 & 0,11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0,0292 \\ 0,9992 \\ -0,0258 \end{pmatrix} = 1,006,$$

$$q_{BC} = \frac{1}{p_{BC}} = \mathbf{a}_{BC}^T \mathbf{P}_{BC}^{-1} \mathbf{a}_{BC} = (-0,7228 \quad -0,6907 \quad 0,0204) \begin{pmatrix} 0,44 & 0 & 0 \\ 0 & 1,00 & 0 \\ 0 & 0 & 0,11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0,7228 \\ -0,6907 \\ 0,0204 \end{pmatrix} = 2,571,$$

$$q_{CA} = \frac{1}{p_{CA}} = \mathbf{a}_{CA}^T \mathbf{P}_{CA}^{-1} \mathbf{a}_{CA} = (-0,9994 \quad 0,0345 \quad 0,0028) \begin{pmatrix} 0,44 & 0 & 0 \\ 0 & 1,0 & 0 \\ 0 & 0 & 0,11 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} -0,9994 \\ 0,0345 \\ -0,0029 \end{pmatrix} = 2,271.$$

Kovariančná matica základníc a matica váhových koeficientov základníc majú tvary:

$$\mathbf{Q}_{ABC} = \begin{pmatrix} q_{AB} & 0 & 0 \\ 0 & q_{BC} & 0 \\ 0 & 0 & q_{CA} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1,006 & 0 & 0 \\ 0 & 2,571 & 0 \\ 0 & 0 & 2,271 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{P}_{ABC} = \mathbf{P} = \begin{pmatrix} \frac{1}{1,006} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{2,571} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{2,271} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0,994 & 0 & 0 \\ 0 & 0,389 & 0 \\ 0 & 0 & 0,440 \end{pmatrix}.$$

Tab. 7

Číslo bodu	y	x	σ	uhol	strana
32	0,000	0,000	127,75700	= sigma 15 – 32	
15	406583,690	1288781,110		237,48930	116,110
524				211,48630	115,190
525				141,53680	132,930
526				182,68780	126,170
16	406228,500	1289027,410		180,90430	
4	0,000	0,000	281,86750	= sigma 16 – 4	

Podmienkové rovnice podľa štruktúry (51) matice **F** sú:

$$F = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -0,420023 & 1,695533 & 0 & -0,460626 & 0,120202 & 0 & -0,415605 & 1,642087 & 0 \\ 0,420023 & 0 & -0,250107 & 0,460626 & 0 & -2,204100 & 0,415605 & 0 & -1,796628 & 0 \\ -1,695533 & 0,250107 & 0 & -0,120202 & 0,204100 & 0 & -1,642087 & 1,796628 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Vektor korekcií približných súradníc voľnej siete **x** má tvar

$$\mathbf{x} = \bar{\mathbf{N}}^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \ell = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A} + \mathbf{F}^T \mathbf{F})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \ell,$$

$$\mathbf{x}^T = (-2,089 \ 2,268 \ -0,050 \ 4,406 \ 2,078 \ -0,070 \ -2,317 \ -4,346 \ 0,120).$$

Vyrovnané súradnice voľnej siete sú v tabuľke 5.

Vyrovnané súradnicové rozdiely a opravy k odmeraným súradnicovým rozdielom sú v tabuľke 6.

Jednotkovú strednú chybu vypočítame zo vzťahu

$$\sigma_0 = \sqrt{\frac{\mathbf{v}^T \mathbf{P} \mathbf{v}}{n - m}} = \sqrt{\frac{66,393}{9 - 3}} = 3,33.$$

Kontrola na splnenie podmienok (12): $-\mathbf{v} = \mathbf{A} \mathbf{x} - \ell$, $\mathbf{F} \mathbf{x} = \mathbf{0}$:

$$\mathbf{v} = \begin{pmatrix} -1,004 \times 10^{-15} \\ -1,776 \times 10^{-15} \\ 0 \end{pmatrix}, \mathbf{F} \mathbf{x} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & -7,302 \times 10^{-5} & 1,373 \times 10^{-6} & -2,947 \times 10^{-5} \\ 0 & 0 & 0 & 4,955 \times 10^{-5} & -5,361 \times 10^{-5} & -5,939 \times 10^{-5} \\ 0 & 0 & 0 & -2,572 \times 10^{-6} & -6,956 \times 10^{-5} & -5,896 \times 10^{-5} \end{pmatrix}$$

Stredné chyby odmeraných veličín vypočítame zo vzťahov $\hat{\sigma} = \sigma_0 \sqrt{Q_{\hat{\alpha}\hat{\alpha}}}$, kde $Q_{\hat{\alpha}\hat{\alpha}}$ sú kovariancie na diagonále matice $\mathbf{Q}_{\hat{\alpha}\hat{\alpha}}$,

$$\mathbf{C}_{\hat{\alpha}} = \sigma_0^2 \mathbf{Q}_{\hat{\alpha}} = \sigma_0^2 (\bar{\mathbf{N}}^{-1} - \bar{\mathbf{N}}^{-1} \mathbf{F}^T \mathbf{F} \bar{\mathbf{N}}^{-1}):$$

$$\mathbf{Q}_{\hat{\alpha}} = \begin{pmatrix} 0,893 & -0,311 & 4,64 \times 10^{-3} & 0,5 & -0,206 & 7,159 \times 10^{-3} & -0,393 & 0,517 & -0,012 \\ -0,311 & 0,522 & -0,012 & 0,425 & -0,09 & 7,079 \times 10^{-3} & -0,114 & -0,432 & 0,012 \\ 4,64 \times 10^{-3} & -0,012 & 2,964 \times 10^{-4} & -9,046 \times 10^{-3} & 3,072 \times 10^{-3} & -4,497 \times 10^{-5} & 4,407 \times 10^{-3} & 9,154 \times 10^{-3} & -2,514 \times 10^{-4} \\ -0,5 & 0,425 & -9,046 \times 10^{-3} & 0,663 & 0,237 & -8,559 \times 10^{-3} & -0,162 & -0,662 & 0,018 \\ -0,206 & -0,09 & 3,072 \times 10^{-3} & 0,237 & 0,32 & -9,107 \times 10^{-3} & -0,031 & -0,231 & 6,035 \times 10^{-3} \\ 7,159 \times 10^{-3} & 7,079 \times 10^{-3} & -4,497 \times 10^{-5} & -8,559 \times 10^{-3} & -9,107 \times 10^{-3} & 2,658 \times 10^{-4} & 1,4 \times 10^{-3} & 8,399 \times 10^{-3} & -2,208 \times 10^{-4} \\ -0,393 & -0,114 & 4,407 \times 10^{-3} & -0,162 & -0,031 & 1,4 \times 10^{-3} & 0,555 & 0,145 & -5,807 \times 10^{-3} \\ -0,517 & -0,432 & 9,154 \times 10^{-3} & -0,662 & -0,231 & 8,399 \times 10^{-3} & 0,145 & 0,663 & -0,018 \\ -0,012 & 0,012 & -2,514 \times 10^{-4} & -0,018 & 6,035 \times 10^{-3} & -2,208 \times 10^{-4} & -5,807 \times 10^{-3} & -0,018 & 4,722 \times 10^{-4} \end{pmatrix}$$

$$\hat{\sigma}_{\Delta\Delta x} = \sigma_0 \sqrt{0,893} = 3,1 \text{ mm}, \hat{\sigma}_{\Delta\Delta y} = \sigma_0 \sqrt{0,522} = 2,4 \text{ mm},$$

$$\hat{\sigma}_{\Delta\Delta z} = \sigma_0 \sqrt{2,96 \cdot 10^{-4}} = 0,1 \text{ mm}, \hat{\sigma}_{\Delta\Delta \alpha} = \sigma_0 \sqrt{0,663} = 2,7 \text{ mm},$$

$$\hat{\sigma}_{\Delta\Delta y} = \sigma_0 \sqrt{0,320} = 1,9 \text{ mm}, \hat{\sigma}_{\Delta\Delta z} = \sigma_0 \sqrt{2,66 \cdot 10^{-4}} = 0,1 \text{ mm},$$

$$\hat{\sigma}_{\Delta\Delta x} = \sigma_0 \sqrt{0,555} = 2,5 \text{ mm}, \hat{\sigma}_{\Delta\Delta y} = \sigma_0 \sqrt{0,663} = 2,7 \text{ mm},$$

$$\hat{\sigma}_{\Delta\Delta z} = \sigma_0 \sqrt{4,72 \cdot 10^{-4}} = 0,1 \text{ mm}.$$

7. Vyrovnanie vlozenej siete

Keď poznáme súradnice niektorého bodu siete, korekcie jeho súradníc nepočítame. Príkladom na vyrovnanie vlozenej siete nech je vyrovnanie polygónového tahu.

Pri vyrovnaní obojstranne pripojeného a obojstranne orientovaného polygónového tahu sú **vždy iba tri** absolútne členy ℓ rôzne od nuly. Sú to tie členy, pri ktorých vyčíslení sa vyskytujú dané súradnice koncového bodu polygónového tahu a daný pripájací smerník v koncovom bode polygónového tahu s približnými súradnicami predposledného bodu polygónového tahu.

Príklad 2. Máme dané súradnice pripájacích bodov 15, 16 a smerníky σ_{15-32} , σ_{16-4} . Odmerané boli uhly ω_{15} , ω_{524} , ω_{525} , ω_{16} a dĺžky s_{15-524} , $s_{524-525}$, $s_{525-526}$, s_{526-16} (obr. 4). Charakteristiky presnosti merania sú $m_\omega = 25''$, $m_s = 5$ mm. Úlohou je vyrovnať súradnice bodov 5524, 5525, 5526 (v skrátenom zápise 524, 525, 526) MNŠ podľa sprostredkujúcich meraní. Dané údaje obojstranne pripojeného a obojstranne orientovaného polygónového tahu sú v tabuľke 7.

Tab. 8

Číslo bodu	y_0	x_0	σ_0	uhol	strana
15	406583,690	1288781,110	365,24630	237,48930	116,110
524	406523,406	1288880,344	376,73260	211,48630	115,190
525	406482,237	1288987,926	318,26940	141,53680	132,930
526	406354,743	1289025,552	300,95720	182,68780	126,170
16	406228,588	1289027,449	281,86150	180,90430	

Tab. 9

Číslo bodu	y	x	σ	uhol	strana
15	406583,690	1288781,110	365,24464	237,48764	116,089
524	406523,414	1288880,324	376,73076	211,48612	115,153
525	406482,255	1288987,871	318,26875	141,53800	132,974
526	406354,719	1289025,508	300,95929	182,69053	126,234
16	406228,500	1289027,410	281,86750	180,90821	
					$\Sigma_s = 490,450$

$$E_{524} = \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{2} \left[0,434 + 0,192 + \sqrt{(0,434 - 0,192)^2 + 4(-0,26)^2} \right]} = 46,4 \text{ mm,}$$

$$F_{524} = \sqrt{\frac{\sigma_0^2}{2} \left[0,434 + 0,192 - \sqrt{(0,434 - 0,192)^2 + 4(-0,26)^2} \right]} = 8,6 \text{ mm,}$$

$$E_{525} = 34,5 \text{ mm, } F_{525} = 12,6 \text{ mm, } E_{526} = 42,0 \text{ mm, } F_{526} = 9,2 \text{ mm.}$$

Na obr. 4 sú vykreslené stredné elipsy chýb. S ohľadom na presnosť odmeraných uhlov a dĺžok ($m_w = 25^c$, $m_s = 5$ mm) je možné konštatovať, že presné meranie bolo vložené do nepresnej siete. S takouto skutočnosťou sa stretávame často. Vo všeobecnosti je to tiež jeden z dôvodov na budovanie presných miestnych sietí pripojených na S-JTSK.

8. Záver

Nepochybne sú mnohým čitateľom tohto článku uvedené postupy vyrovnania známe. Cieľom článku bolo komplexne charakterizovať a aplikovať postup vyrovnania voľnej siete s podmienkami, ktoré sú vyjadrené štruktúrami matice **F**. Pri publikovaní postupov vyrovnání voľných sietí sa spravidla stretávame s uvádzaním výsledných vzťahov. V tomto článku uvádzam dôkazy ich platnosti.

Prechod od vyrovnania voľnej siete k vyrovnaniu vloženej siete predstavuje zjednodušenie procesu vyrovnania. Odpadá práca s maticou podmienok **F**. Výsledok vyrovnania je vtedy ale viazaný na kvalitu vzťažných bodov. Pri tvorbe presných vytyčovacích sietí, aplikovaných najmä pri výstavbe tunelov a mostov sa očakáva ich využitie hlavne na vytyčovacie účely, ale aj na iné účely merania. Súčasnú splnenie požiadavky na presnú sieť v S-JTSK môžeme zaistiť pripojením vyrovnanej úplne voľnej siete na vybraný vzťažný bod v S-JTSK

a orientovaním siete. Taký postup riešenia vyžaduje analýzu kvality vzťažnej siete, v ktorej musíme dokázať použiteľnosť bodov voľnej siete na nadväzujúce merania v S-JTSK v príslušnej triede presnosti [9]. Dobudovaním Štátnej priestorovej siete sa rozšíria možnosti v budovaní presných vložených sietí.

LITERATÚRA:

- [1] BITTERER, L.: Vyrovnávací počet. Žilina, SvF ŽU v Žiline 2004. 164 s. <http://svf.utc.sk/kgd/vp>.
- [2] BJERHAMMAR, A.: Theory of Errors and Generalized Matrix Inverses. Amsterdam, Elsevier 1973.
- [3] FAN, H.: Theory of Errors and Least Squares Adjustment. Stockholm, Royal Institute of technology 1997. 217 s.
- [4] HEFTY, J.-HÚŠAR, L.: Družicová geodézia. Bratislava, Stavebná fakulta STU v Bratislave 2003. 186 s.
- [5] MITTERMEYER, E.: Eine Verallgemeinerung der Methode der kleinsten Quadrate zur Ausgleichung freier Netze. Zeitschrift für Vermessungswesen, 1971, č. 9, s. 401–410.
- [6] LEICK, A.: GPS Satellite Surveying. 2nd Ed. New York, John Wiley & Sons Inc. 1995. 560 s.
- [7] REISSMANN, G.: Zur Ausgleichung freier Höhenetze. Vermessungstechnik, 24. Jg (1976), Heft 8, s. 306–309.
- [8] REISSMANN, G.: Zur Ausgleichung freier Lagenetze. Vermessungstechnik, 24. Jg. (1976), Heft 12, s. 451–454.
- [9] SÜTTI, J.-JAKUB, V.: Presnosť polohy bodov v S-JTSK, zameraných technológiou GPS. Košice, Geometra Košice 2003. 18 s.
- [10] WOLF, H.: Helmerts Lösung zum Problem der freien Netze mit singulärer Normalgleichungsmatrix. Zeitschrift für Vermessungswesen, 1972, č. 5, s. 189–192.

Do redakcie došlo: 6. 7. 2004

Lektoroval:
Prof. Ing. Ján Hefty, Ph.D.,
Katedra geodetických základov
SvF STU, Bratislava

Výpočet ekvideformát kartografických zobrazení využívající Beziérův bikubický plát

Ing. Tomáš Bayer, Ph.D.,
Střední průmyslová škola zeměměřická,
Praha

912.43:528.235

Abstrakt

Príspevok popisuje algoritmus pro výpočet ekvideformát měřítek m_p , m_r , P a zkršení $\Delta\omega$ využívající přibližný výpočet průsečnice Beziérova bikubického plátu s rovinami $z=\text{konst}$. Jsou zde uvedeny rovnice pro určení souřadnic x , y bodů průsečnice v rovině kartografického zobrazení. Algoritmus je součástí autorovy disertační práce [1], jejíž praktickým výsledkem je program WinKart. Obsahuje i řešení popisu ekvideformát. Metoda umožňuje generovat ekvideformáty s poměrně hladkým průběhem, jejich přesnost je však o něco nižší, výpočet je proveden z aproximovaného povrchu. Príspevok je doplněn niekoľkoma ukázkami ekvideformát vygenerovaných v programu WinKart.

Contour Lines Computations of Cartographic Projections Using Bezier's Bicubic Surface

Summary

Algorithm for contour lines computation using approximate Bezier's surface and plane $z = \text{const}$ intersection. Derivation of x , y coordinates of that intersection using corresponding equations. Algorithm is also published at the author's doctoral thesis, the practical output is program WinKart. Description of contour lines dimensioning. Examples generated by means of program WinKart are presented.

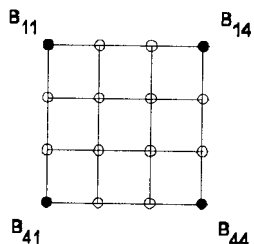
1. Beziérův bikubický plát

Beziérův bikubický plát je často používán při modelování terénu, neboť poskytuje poměrně realistické výsledky. Je to plocha určená 16 uzlovými body B_{ij} , kde $i, j = 1, 2, 3, 4$, které vytvářejí síť (obr. 1).

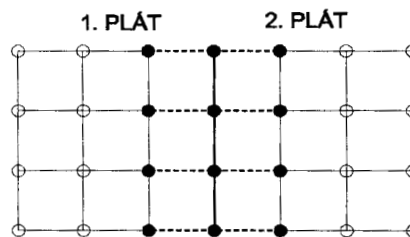
Body B_{11} , B_{14} , B_{41} , B_{44} jsou rohovými body, kterými bi-

kubický plát prochází. Ostatními body plát neprochází, jeho tvar se jim však přizpůsobuje. Souřadnice x , y bodů plátu získáme ze zobrazovacích rovnic, souřadnice z má hodnotu příslušného kartografického měřítka¹⁾ respektive

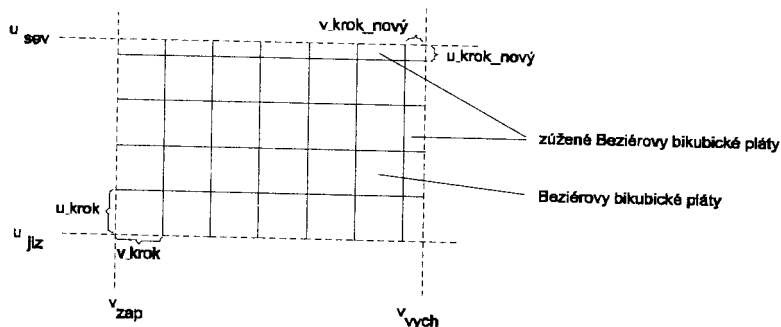
¹⁾ V textu je označeno: m_p – měřítko délek v poledníku, m_r – měřítko délek ve směru rovnoběžky, P měřítko ploch.



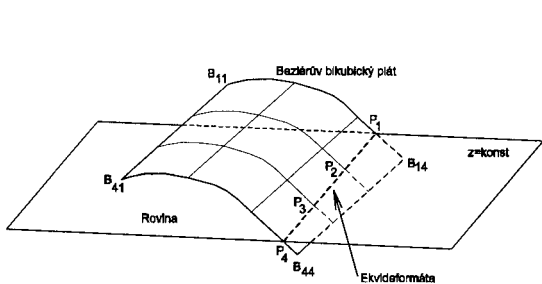
Obr. 1 Diagram jednoho Beziérova bikubického plátu



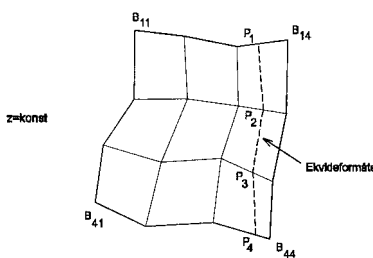
Obr. 2 Spojení dvou Beziérových bikubických plátů



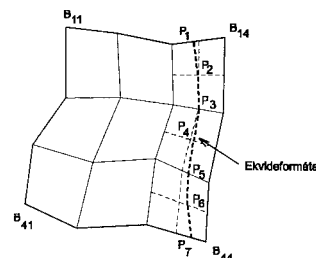
Obr. 3 Zobrazení „normálních“ a zúžených Beziérových plátů



Obr. 4 Průsečík plátu s horizontální rovinou



Obr. 5a



Obr. 5b

Obr. 5 Zvětšení počtu bodů ekvideformáty

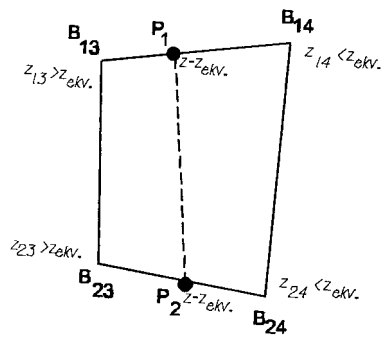
Tab. 1 Intervaly pro výpočet ekvideformát

v_k	1. interval	2. interval	3. interval
≥ 0	$\langle -180 + dv, v_k - 180 - dv \rangle$	$\langle v_k - 180 + dv, v_k - dv \rangle$	$\langle v_k + dv, 180 - dv \rangle$
< 0	$\langle -180 + dv, v_k - dv \rangle$	$\langle v_k + dv, v_k + 180 - dv \rangle$	$\langle v_k + 180 + dv, 180 - dv \rangle$

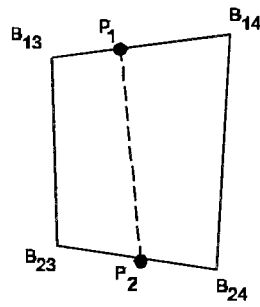
Údaje v tabulce jsou uvedeny v šedesátiných stupních

Tab. 2 Souřadnice bodů ekvideformáty

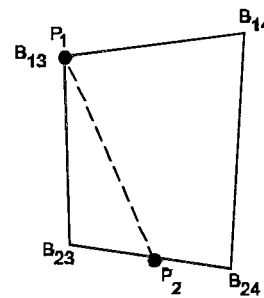
Prot. strana	Kdy nastává?	X_{pl}	Y_{pl}
13–14	$(z_{14} - z_{ekv})(z_{13} - z_{ekv}) < 0$	$x_{pl} = x_{13} + \frac{z_{ekv} - z_{13}}{z_{14} - z_{13}}(x_{14} - x_{13})$	$y_{pl} = y_{13} + \frac{z_{ekv} - z_{13}}{z_{14} - z_{13}}(y_{14} - y_{13})$
14–24	$(z_{14} - z_{ekv})(z_{24} - z_{ekv}) < 0$	$x_{pl} = x_{14} + \frac{z_{ekv} - z_{14}}{z_{24} - z_{14}}(x_{24} - x_{14})$	$y_{pl} = y_{14} + \frac{z_{ekv} - z_{14}}{z_{24} - z_{14}}(y_{24} - y_{14})$
23–24	$(z_{23} - z_{ekv})(z_{24} - z_{ekv}) < 0$	$x_{pl} = x_{23} + \frac{z_{ekv} - z_{23}}{z_{24} - z_{23}}(x_{24} - x_{23})$	$y_{pl} = y_{23} + \frac{z_{ekv} - z_{23}}{z_{24} - z_{23}}(y_{24} - y_{23})$
13–23	$(z_{13} - z_{ekv})(z_{23} - z_{ekv}) < 0$	$x_{pl} = x_{13} + \frac{z_{ekv} - z_{13}}{z_{23} - z_{13}}(x_{23} - x_{13})$	$y_{pl} = y_{13} + \frac{z_{ekv} - z_{13}}{z_{23} - z_{13}}(y_{23} - y_{13})$



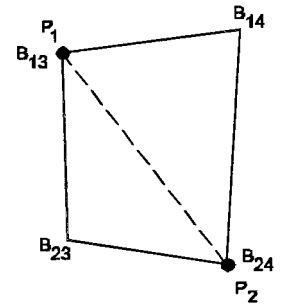
Obr. 6 Detail čtyřúhelníku tvořeného uzlovými body plátu



Obr. 7a

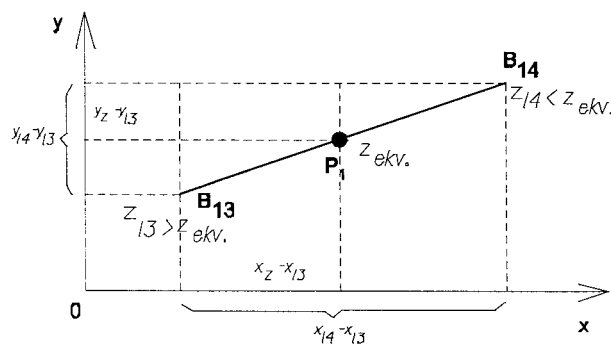


Obr. 7b

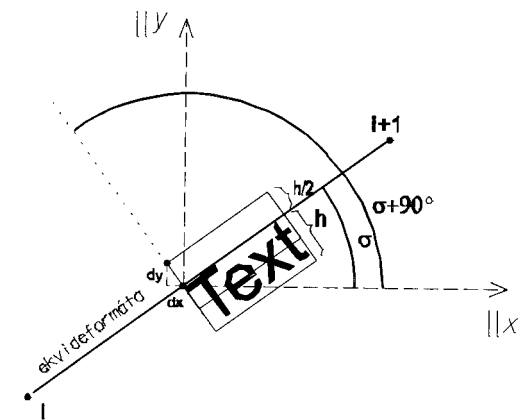


Obr. 7c

Obr. 7 Body ekvideformáty na čtyřúhelníku síť



Obr. 8 Odvození souřadnic bodu ekvideformáty



Obr. 9

úhlového zkreslení $\Delta\omega$. Určíme ji některou z metod numerické derivace.

Pro body P plátu platí symbolická rovnice:

$$\mathbf{P}(u, v) = (J_1(u), J_2(u), J_3(u), J_4(u)) \begin{pmatrix} B_{11} & B_{12} & B_{13} & B_{14} \\ B_{21} & B_{22} & B_{23} & B_{24} \\ B_{31} & B_{32} & B_{33} & B_{34} \\ B_{41} & B_{42} & B_{43} & B_{44} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} K_1(v) \\ K_2(v) \\ K_3(v) \\ K_4(v) \end{pmatrix}, \text{ kde (1)}$$

matice \mathbf{B} obsahuje souřadnice x, y, z uzlových bodů plátu. Matice \mathbf{J} a \mathbf{K} tvoří Bernsteinovy kubické polynomy

$$\begin{aligned} J_1(u) &= (1-u)^3 & K_1(v) &= (1-v)^3 \\ J_2(u) &= 3u(1-u)^2 & K_2(v) &= 3v(1-v)^2 \\ J_3(u) &= 3u^2(1-u) & K_3(v) &= 3v^2(1-v) \\ J_4(u) &= u^3 & K_4(v) &= v^3 \end{aligned}$$

Parametry u a v nabývají hodnot z intervalu $\langle 0,1 \rangle$, viz [4].

Z Beziérových plátů postupně sestavíme technikou plátování plochu, která by měla být hladká. Toho lze dosáhnout jednak návrhem společného okraje řídicího polygonu (na obr. 2 je znázorněn silnější čarou) a jednak umístěním hran sousedních plátů na tutéž přímku (na obr. 2 jsou znázorněny čárkovanou čarou).

První podmínku lze splnit poměrně snadno. Druhou v našem případě lze splnit pouze přibližně, a to při dostatečně malých hodnotách kroků pro parametry u a v . Námi vytvo-

řená plocha (1) nebude plně spojitá, na tvar ekvideformát to však nebude mít vliv.

Výpočet je z důvodů eliminace singulárních bodů u poledníků procházejících kartografickým pólem proveden ve třech pásech v závislosti na znaménku zeměpisné délky kartografického pólu v_k . Přehled intervalů je v tab. 1, kde jsme označili dv jako opravu zeměpisné délky.

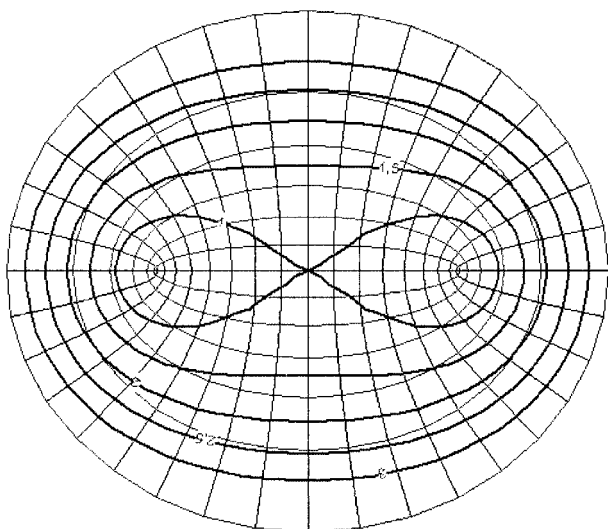
V každém z těchto pásů jsou Beziérové pláty generovány samostatně tak, aby všechny uzlové body jednoho plátu ležely v jednom páse. Šířku plátu lze zadat ve stupních ve směru u (zeměpisné šířky) a v (zeměpisné délky)², rozsah je omezen nastavenými okrajovými poledníky a rovnoběžkami.

Pokud jsou souřadnice kartografického pólu $[u_k, v_k]$ a u -krok nebo v -krok zvoleny tak, že zeměpisná délka pravého okraje páse respektive zeměpisná šířka severní rovnoběžky ohraničující není totožná s pravým respektive horním okrajem plátu, je nutno snížit v -krok respektive u -krok a sloupec respektive řádek plátů zúžit. V opačném případě by vznikla místa bez ekvideformát, do kterých by se původní plát nevešel, viz obr. 3.

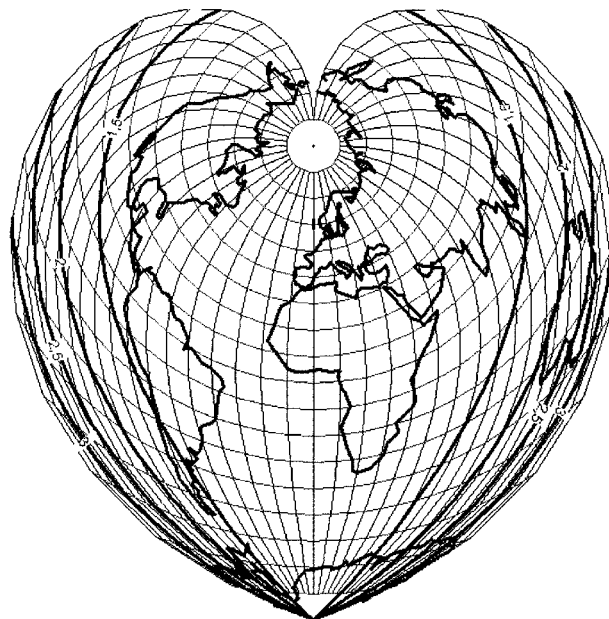
2. Výpočet ekvideformát

Pro výpočet ekvideformát byl použit autorem navržený algoritmus [1] umožňující numerický výpočet průsečnice Beziérová bikubického plátu s rovinou (popř. s rovinami) $z = \text{konst.}$, viz obr. 4.

²) Koliduje s označením parametrů v (1)



Obr. 10 Littrowovo zobrazení v normální poloze, ekvideformáty m_p s krokem 0,5 v intervalu 1 až 3



Obr. 11 Bonneovo zobrazení, normální poloha, ekvideformáty maximálního úhlového zkreslení $\Delta\omega$ v intervalu 0° až 90° s krokem 10°

Na obr. 5a je schématicky znázorněn průnik plátu s vodorovnou rovinou. V rovině kartografického zobrazení tvoří jeho uzlové body vrcholy obecných čtyřúhelníků.

Cílem je nalezení souřadnic $[x, y]$ bodů P_1, P_2, P_3, P_4 v rovině kartografického zobrazení určující průsečnici. Počet průsečíků je různý, závisí na způsobu, kterým protíná rovina Beziérovův plát. Ekvideformáta je mezi dvěma průsečíky nahrazena přímkou spojnicí, její určení je tedy přibližné. Její průběh lze zpřesnit výpočtem průsečíků ležících na stranách čtyřúhelníků vzniklých rekurzivním dělením čtyřúhelníků původních tvořených uzlovými body. Parametry u, v budou mít v tomto případě menší krok než $1/3$. Ekvideformáta má hladší průběh, doba výpočtu se však prodlouží.

Na obrázku 5b vidíme ekvideformátu, jejíž průběh byl určen s hodnotami parametrů $u = 1/6, v = 1/6$. Počet průsečíků P_i s Beziérovým bikubickým plátem se zvýšil na 7, každý čtyřúhelník tvořený uzlovými body byl rozdělen na čtyři další. Zobrazíme detail jednoho čtyřúhelníku, který nám pomůže při odvození vztahu pro výpočet ekvideformáty realizované spojnicí všech průsečíků. Uzlové body jsou $B_{13}, B_{14}, B_{23}, B_{24}$, viz obr. 6. Hodnoty z -souřadnice v těchto bodech jsou $z_{13}, z_{14}, z_{23}, z_{24}$.

Dostáváme tři typy poloh průsečnice:

- 1) Strana – strana: oba body leží na stranách čtyřúhelníku, viz obr. 7a;
- 2) Strana – vrchol: jeden z bodů leží na straně čtyřúhelníku, druhý ve vrcholu, viz obr. 7b;
- 3) Vrchol – vrchol: oba body leží ve vrcholech čtyřúhelníku viz obr. 7c.

Ekvideformáta nebude existovat, pokud rovina tento plát neprotíná nebo jsou souřadnice z tří a více bodů čtyřúhelníku rovny z_{ekvid} . V takovém případě nelze rozhodnout o průběhu průsečnice. Druhý případ je pouze teoretický, vzhledem k přibližnému výpočtu souřadnice z za použití Stirlingovy formule, v praxi nemůže nastat.

Odvození průsečnice si ukážeme na případě, kdy body P_1, P_2 leží na stranách čtyřúhelníku tvořeném uzlovými body

plátu (viz obr. 7). Testujeme, zda je pravdivá některá z následujících podmínek:

$$\begin{aligned} (z_{14} - z_{ekv})(z_{13} - z_{ekv}) &< 0, \\ (z_{14} - z_{ekv})(z_{24} - z_{ekv}) &< 0, \\ (z_{24} - z_{ekv})(z_{23} - z_{ekv}) &< 0, \\ (z_{23} - z_{ekv})(z_{13} - z_{ekv}) &< 0. \end{aligned} \tag{2}$$

Platí-li první z podmínek (2), je jeden z průsečíků vnitřním bodem strany 13–14. Platí-li druhá z podmínek (2), je jeden z průsečíků vnitřním bodem strany 14–24. Platí-li třetí z podmínek (2), je jeden z průsečíků vnitřním bodem strany 23–24. Platí-li čtvrtá z podmínek (2), je jeden z průsečíků vnitřním bodem strany 13–23. Podívejme se na obr. 8, který znázorňuje situaci, je-li splněna první podmínka. Uzlové body: $B_{13} [x_{13}, y_{13}, z_{13}], B_{14} [x_{14}, y_{14}, z_{14}]$, hledaný průsečík se stranou: $P_1 [x_{p1}, y_{p1}, z_{p1}]$.

V tomto případě leží bod P_1 na spojnici bodů B_{13}, B_{14} . Jeho souřadnice určíme ze vztahů

$$\frac{z_{14} - z_{13}}{x_{14} - x_{13}} = \frac{z_{ekv} - z_{13}}{x_{p1} - x_{13}},$$

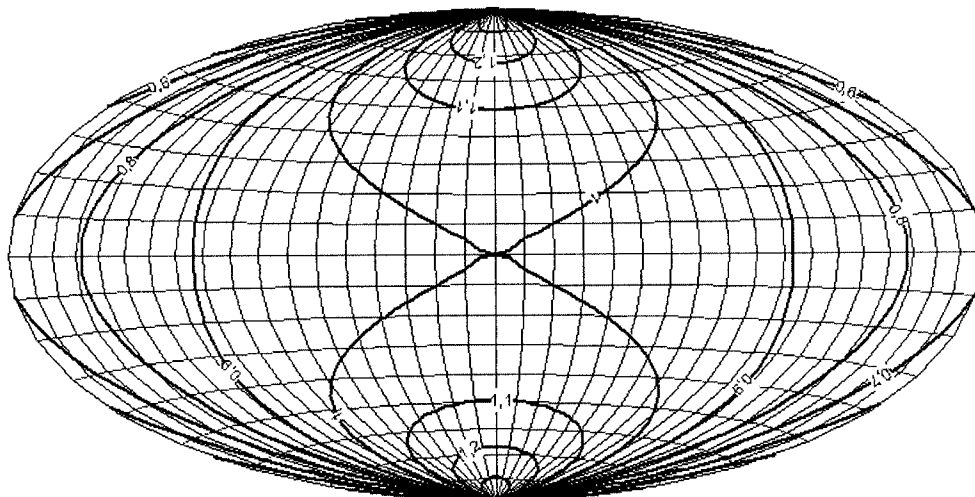
$$\frac{z_{14} - z_{13}}{y_{14} - y_{13}} = \frac{z_{ekv} - z_{13}}{y_{p1} - y_{13}}.$$

Po úpravě

$$x_{p1} = x_{13} + \frac{z_{ekv} - z_{13}}{z_{14} - z_{13}} (x_{14} - x_{13}),$$

$$y_{p1} = y_{13} + \frac{z_{ekv} - z_{13}}{z_{14} - z_{13}} (y_{14} - y_{13}).$$

Analogicky určíme souřadnice druhého koncového bodu P_2 :



Obr. 12 Hammerovo zobrazení, normální poloha, ekvideformáty m , zkreslení v intervalu 0,3 až 1,3 s krokem 0,1

$$x_{p2} = x_{23} + \frac{z_{ekv} - z_{23}}{z_{24} - z_{23}} (x_{24} - x_{23}),$$

$$y_{p2} = y_{23} + \frac{z_{ekv} - z_{13}}{z_{24} - z_{23}} (y_{24} - y_{23}).$$

Vzorce pro výpočet souřadnic ostatních průsečíků vnitřních bodů stran nalezneme v tab. 2. Pokud je průsečík vrcholem čtyřúhelníku, jsou jeho souřadnice souřadnicemi vrcholu.

Poznámka: Tento algoritmus lze použít i pro přímý výpočet ekvideformát bez využití interpolačních ploch. Princip výpočtu je stejný, souřadnice rohových bodů čtyřúhelníků jsou získány přímým výpočtem se zvoleným krokem zeměpisné šířky a délky.

Výhody popsaného algoritmu:

- Algoritmus je poměrně rychlý
- Přesnost výpočtu ekvideformát lze zvyšovat zmenšením kroku pro u, v ,
- Algoritmus je nezávislý na volbě plátů, lze jej použít pro Coonsovy nebo B-spline pláty.

Nevýhody popsaného algoritmu:

- Algoritmus provádí pouze lineární, nikoliv však geomorfologickou interpolaci. Průsečíky jsou počítány za použití přímé úměrnosti,
- U velmi malých kroků ekvideformát (menší než 0,001) je nižší přesnost výpočtu.

3. Popis ekvideformát

Ekvideformáty mohou být pro lepší přehlednost popsány kótami. Texty, které popisy představují se natáčí ve směru ekvideformáty, obr. 9. Ekvideformát by měla procházet středem popisu. text na ploše Canvasu vepsán do pomyslného obdélníka. Souřadnice jeho levého horního rohu určíme jako aritmetický průměr souřadnic x, y dvou sousedních bodů ekvideformáty, tj:

$$x_{pr} = \frac{x_i + x_{i+1}}{2}, \quad y_{pr} = \frac{y_i + y_{i+1}}{2}.$$

Pokud bychom popis umístovali na bod o těchto souřadnicích, příslušné ekvideformáty by se pouze dotýkal. Z estetického ani praktického hlediska to není příliš vhodné. Mu-

síme spočítat velikosti posunů ve směru souřadnicových os tak, aby popis ležel „na“ ekvideformátě, viz obr. 9.

Hodnota h představuje výšku textu v pixelech. Směrník σ spojnice sousedních bodů $I, I + 1$ ekvideformáty určíme ze vztahu

$$\sigma = \arctg \frac{y_{i+1} - y_i}{x_{i+1} - x_i}.$$

Posuny obdélníku ve směru os x, y označíme jako dx, dy .

$$dx = h / 2 \cos(\sigma + 90^\circ), \quad dy = -h / 2 \sin(\sigma + 90^\circ).$$

Výsledné souřadnice posunutého levého rohu obdélníka označíme jako x_i a y_i , určíme je ze vztahu

$$x_i = x_i + dx, \quad y_i = y_i + dy.$$

Aby ekvideformát neprotínala napsaný text, nastavíme obdélníku neprůhledné pozadí.

Na obrázcích 10, 11, 12 jsou ukázky ekvideformát generovaných programem WinKart za použití popisovaných algoritmů. Další informace o produktu a ukázky naleznete na stránkách www.winkart.cz.

LITERATURA:

- [1] BAYER, T.: Programový systém WinKart – nástroj pro analýzu vlastností kartografických zobrazení. [Disertační práce.] ČVUT v Praze. Fakulta stavební. Praha 2004.
- [2] BUCHAR, P. – HOJOVEC, V.: Matematická kartografie. Praha, ČVUT 1996.
- [3] DAVIS, A. – SAMUELS, P.: An Introduction to Computational Geometry for Curves and Surfaces. Oxford, Clarendon Press 1996.
- [4] DRS, L.: Plochy ve výpočetní technice. Praha, SNTL 1997.
- [5] KARGEROVÁ, M. – KOPINCOVÁ, E. – MERTL, P.: Geometrie pro CAD. Praha, ČVUT 1997.
- [6] ROGERS, F. D.: Mathematical Elements for computer Graphics. Singapore, Mc Graw-Hill 1990.
- [7] SNYDER, J. P. – VOXLAND P. M.: Map projectios –A Working Manual. Washington 1987.

Lektorovala:

Doc. RNDr. Milada Kočandřlová, CSc.,
katedra matematiky FSv ČVUT v Praze

Kataster nehnuteľností v zrkadle 40. výročia zákona o evidencii nehnuteľností na Slovensku

Doc. Ing. Imrich Horňanský, PhD.,
Katedra mapovania a pozemkových úprav
Stavebnej fakulty STU, Bratislava

347.235.11

Abstrakt

Nevyhovujúci stav evidencie nehnuteľností (EN) a evidencie vlastníckych a iných práv k nehnuteľnostiam v prvej polovici päťdesiatych rokov viedol k prijatiu zákona č. 22/1964 Zb. o EN, nástroja štátu, ktorý integroval obe tieto evidencie. Vývoj EN v období 1964 až 1992, jeho pozitívna a negatívna. Prijatie zákona č. 265/1992 Zb. o zápisoch vlastníckych a iných vecných práv k nehnuteľnostiam a zákona Slovenskej národnej rady č. 266/1992 Zb. o katastri nehnuteľností v Slovenskej republike, ktoré kontinuálne nadviazali na pozitívne stránky vývoja EN a navyše obsiahli aj rozhodovanie o vzniku zmene o zániku vlastníckych a iných práv k nehnuteľnostiam. Vývoj katastra nehnuteľností od roka 1993.

The Cadastre of Real Estates on Occasion of the 40th Anniversary of Recording the Real Estates

Summary

Non-suitable state of recording the real estates (RRE) and ownership and other rights related to real estates in the half of fifties led to Act No. 22/1964 Coll., about RRE, being a tool of State administration which integrated both the recordings. RRE development since 1964 till 1992, its positive and negative consequences. Acceptance of Act No. 265/1992 Coll., about the recording of ownership and other rights related to real estates as well as Act of the National Council of Slovak Republic. No. 266/1992 Coll., about the cadastre of real estates in the Slovak Republic that continually followed positive attributes of RRE development and in addition comprised also decrees about origin, change and end of ownership and other rights related to real estates. Development of cadastre of real estates since 1993.

1. Úvod

Na rok 2004 v oblasti geodézie, kartografie a katastra pripadajú dve významné výročia, ktoré nemožno obísť mlčaním. Je to jednak 50. výročie zjednotenia rezortu (sústredenia geodetických, kartografických a technických katastrálnych činností) a najmä 40. výročie založenia evidencie nehnuteľností (EN) prijatím zákona č. 22/1964 Zb. [1].

2. Jednotná evidencia pôdy – osobitný nástroj štátu na evidovanie nehnuteľností

Nedostatky evidencie pôdy po roku 1948 pre dobové potreby ústredne riadeného hospodárstva kulminovali hneď v polovici päťdesiatych rokov a dali podnet na vybudovanie dokonalejšej evidencie pôdy, tzv. jednotnej evidencie pôdy (JEP), a to od roka 1956. Úlohou JEP bolo vybudovať takú evidenciu pôdy, ktorá by poskytovala hodnoverné údaje nielen na plánovanie a riadenie poľnohospodárskej výroby a na rozpisy dodávok poľnohospodárskej produkcie, ale aj na evidovanie všetkých pozemkov, budov, stavieb a ktorá by slúžila všetkým odvetviam hospodárstva.

Hlavnou zložkou mapového operátu JEP bola pozemková mapa, ktorá zobrazovala „skutočný“ stav – neúplný konglomerát stavu pozemkových, hospodárskych, vlastníckych, držobnostných a užívacích pomerov v katastrálnom území. Základným mapovým podkladom na vyhotovenie pozemkovej mapy bola katastrálna mapa. Bola doplnená zmenami podľa právoplatných listín a dokladov a podľa výsledkov miestneho prešetrovania a zostala natrvalo uložená na okresnom pracovisku geodézie. Predmetom prešetrovania a merania neboli vlastnícke hranice, ale hranice užívania.

Písomný operát JEP začal byť postupne spracúvaný mechanizovaným, strojovo-výpočtovým spracovaním (diernoštitkový systém).

Tvorba JEP sa časovo prekrývala s pokračujúcimi prácami na často násilnej kolektivizácii poľnohospodárstva a lesného hospodárstva, ako aj s pokračovaním prác na hospodársko-technických úpravách pozemkov, ktoré ignorovali vlastnícke práva k nehnuteľnostiam [7, 14].

3. Pozemková kniha – osobitný nástroj štátu na evidovanie vlastníckych a iných práv k nehnuteľnostiam

V priebehu 19. storočia akceleroval vývoj spoločnosti a priniesol požiadavku spracovania a kontinuálnej aktualizácie úradných záznamov pokrývajúcich územie celého štátu so zápisom zákonom stanovených skutočností týkajúcich sa nehnuteľností alebo práv súvisiacich s nehnuteľnosťami – verejných kníh. Vo verejných knihách boli na potreby vlastníkov zaznamenané všetky majetkovoprávne vzťahy k nehnuteľnostiam. Najdôležitejším ale aj najfrekventovanejším komponentom verejných kníh bola pozemková kniha (PK).

PK mala slúžiť na to, aby dala pevný základ a prehľad o právnych pomeroch vzťahujúcich sa na nehnuteľnosti. V mnohých prípadoch pozemkovknížny stav nebol uspokojivý pre nedokonalé vykonanie akcie zakladania PK. Neúplné zlepšenie tohto stavu prinieslo zakladanie pozemkovknížnych vložiek a náprava PK.

Po skončení 2. svetovej vojny bol nielen stav pozemkového katastra ale aj PK na Slovensku, nedobrá. Na polovici územia nebol založený operát pozemkového katastra, značná časť katastrálneho operátu nebola vložkárske konaním premietnutá v PK, značná časť komasácií neprešla vložkárske konaním, vojnové udalosti spôsobili stratu prípadne zničenie operátov pozemkového katastra a PK z priestoru 376 katastrálnych území a delenie vlastníctva nehnuteľností do spoluvlastníckych podielov dosiahlo spoločensky neúnosnou mieru. Samotný charakter PK spôsobil, že napriek intabulačnému princípu zápisu vlastníckeho práva v PK v určitom počte prípadov z rozmanitých príčin k zápisu zmeny vlastníckeho práva nedošlo. Pritom na označenie vlastníkov sa vo väčšine prípadov okrem mena a priezviska nepoužívali ďalšie identifikačné údaje, z čoho rezultovali zámery osôb – vlastníkov a nedorozumenia.

K podstatnej zmene v oblasti materiálneho občianskeho práva došlo k 1. 1. 1951 prijatím Občianskeho zákonníka č. 141/1950 Zb., ktorý zrušil dovtedajší intabulačný princíp. Nadobudnutie vlastníckeho alebo iného vecného práva k nehnuteľnostiam na základe dohody – zmluvy začalo byť regu-

lované konsenzuálnym princípom, t. j. začala platiť zásada, že vlastníctvo k nehnuteľnostiam sa nadobúda samotnou listinou. Nadobudnutie vlastníctva bolo spojené s uzavretím zmluvy bez toho, aby bol nevyhnutný vklad tejto zmeny do PK (organizácie mali povinnosť takéto návrhy dávať, avšak túto povinnosť iba čiastočne plnili). Bol síce i naďalej povolený vklad do PK, nemal už ale konštitutívny charakter a bolo ponechané na iniciatívu nadobúdateľa vlastníckeho práva, či sa bude uchádzať o návrh vkladu do PK. Týmto sa stratila spoľahlivosť dovtedajších pozemkovoknižných zápisov a evidovaný stav v PK sa začal rozchádzať so skutočným právnym stavom aj v tých priestoroch, kde dovtedy bola PK dobre spravovaná a aktualizovaná.

PK boli spravované na okresných súdoch až do roku 1964. Zákon č. 22/1964 Zb. o evidencii nehnuteľností, platný od 1. 4. 1964, predpisy o verejných knihách zrušil a zakladanie listov vlastníctva (LV) začlenil do pôsobnosti orgánov geodézie v jednotlivých okresoch. Verejné knihy sa však v určitých prípadoch používali a používajú aj naďalej. Výpisy z nich sa vydávajú dodnes s výnimkou pozemkovoknižných vložiek už uzavretých [7, 14].

4. EN – postupne sa zlepšujúci technický podklad evidovania nehnuteľností

Zákonom [1] EN nahradila dovtedajšiu JEP. Na zákon o EN nadväzovala vykonávacia vyhláška Ústrednej správy geodézie a kartografie (ÚSGK) č. 23/1964 Zb.

EN bol štátnym orgánom spravovaný ucelený systém informácií zabezpečujúci začiatkom šesťdesiatych rokov zamerané potreby národného hospodárstva. EN evidovala údaje o nehnuteľnostiach potrebné na plánovanie a riadenie hospodárstva, najmä poľnohospodárskej výroby, na ochranu spoločenského vlastníctva a osobného vlastníctva občanov, na správu národného majetku, na ochranu poľnohospodárskeho pôdneho fondu a lesného pôdneho fondu, na potreby územného plánovania, na priznanie a stanovenie dane z pozemkov a poskytovanie základných informácií o územnom členení štátu, najmä výmery územných a správnych jednotiek. V EN boli evidované všetky nehnuteľnosti s uvedením druhov pozemkov, výmer a spôsobu užívania, ďalej vlastnícke vzťahy so značným obmedzením, správa národného majetku, právo trvalého užívania národného majetku, právo osobného užívania pozemkov, obmedzenie vlastníckych práv a iné skutočnosti týkajúce sa nehnuteľností.

EN zakladali, spravovali a aktualizovali v súlade so skutočným stavom orgány geodézie zriadené v okresoch (strediská geodézie – SG) ako súčasť Ústavov geodézie a kartografie pre príslušný kraj. V nadväznosti na ústavný zákon č. 143/1968 Zb. o česko-slovenskej federácii bola zákonom Slovenskej národnej rady (SNR) č. 207/1968 Zb. o zriadení ministerstiev a iných ústredných orgánov štátnej správy SSR dňom 1. 1. 1969 zriadená Slovenská správa geodézie a kartografie (od 1. 7. 1973 Slovenský úrad geodézie a kartografie¹⁾ ako ústredný orgán štátnej správy na zabezpečenie civilných potrieb geodézie a kartografie. Od 1. 1. 1968 boli Ústavy geodézie a kartografie zrušené a nahradené Oblastným ústavom geodézie v Bratislave s celoslovenskou pôsobnosťou s výkonnými zložkami v okresoch – SG. Podľa zákona SNR č. 39/1973 Zb. o orgánoch geodézie a kartografie bola s platnosťou od 1. 7. 1973 dovtedajšia organizačná štruktúra nahradená novou: zriadili sa krajské správy geodézie a kartografie s krajskou územnou pôsobnosťou²⁾ a štátne hospodárske organizácie Geodézie, národný podnik, (n. p.) tiež pre každý kraj. Zakladanie a spravovanie EN prislúchalo

do pôsobnosti krajských správ geodézie a kartografie so zložkami v okresoch so starým pomenovaním – SG. Vlastné výkony merania, mapovania a časť výkonov zo spravovania EN boli zadávané v rámci dodávateľsko-odberateľských vzťahov n. p. Geodézia, ktoré mali pracoviská v okresoch. K 1. 1. každého roka boli vykonávané sumarizácie a rozbor vybraných údajov za obec, okres, kraj, Slovensko a Česko-Slovensko. Ročne bola vydávaná Štatistická ročenka o pôdnom fonde podľa údajov EN, ako súhrn údajov o rozčlenení pôdneho fondu podľa jednotlivých druhov pozemkov, skupín poľnohospodárskych podnikov – závodov (sektorov) a výrobných podoblastí. Údaje boli záväzné na riadenie a plánovanie poľnohospodárskej výroby, na výskazníctvo a štatistiku o poľnohospodárskom pôdnom fonde a lesnom pôdnom fonde a na podnikovú evidenciu pozemkov.

Záväznými údajmi v EN boli: parcelné číslo v spojení s číslom katastrálneho územia, výmera parcely, druh pozemku, výmera poľnohospodárskeho závodu, výmera sektora, výmera republiky, krajov, okresov a obcí.

V úlohe dobudovania fondu máp veľkých mierok používaných na potreby EN, v jednej z hlavných úloh rezortu, sa pokračovalo aj po roku 1973 a vynorila sa ďalšia hlavná úloha rezortu: v rámci budovania informačného systému geodézie a kartografie v predstihu vybudovať osobitný súbor EN z obsahovej stránky racionalizovaný a prepojitelný na iné teritoriálne orientované informačné systémy budované v štáte.

Pozemková mapa EN bola základnou mapou EN: Zobrazovali sa v nej na podklade miestneho prešetrovania a podrobného merania všetky nehnuteľnosti, ktoré boli jej predmetom (administratívne hranice, hranice vlastnícke – so značným obmedzením, užívacie hranice, hranice druhov pozemkov, hranice zastavaného územia obce, hranice chránených území a ochranných pásem a stavby), svojim pôdorysom alebo svojim priemetom na zemský povrch. Po roku 1964 bolo dokončené spracovanie pozemkových máp už vo forme súvislého zobrazenia z celého územia Slovenska, ktoré sa začalo ešte v období JEP, čiže pred prijatím zákona o EN, t. j. pred rokom 1964. Pozemková mapa EN bola aktualizovaná v súlade so skutočnosťou svojimi správcami (SG v okresoch). Podľa rozhodnutia správcu EN začala byť postupne aktualizovaná mapa EN aj vrátane číselných výsledkov – súradníc podrobných bodov a prehľadu čísel podrobných bodov, ktoré vznikli ako výsledok tvorby – obnovy mapy EN (neskôr tvorby technicko-hospodárskej mapy prípadne základnej mapy veľkej mierky), alebo ako výsledok merania zmien. Podľa rozhodnutia správcu operátu EN sa postupne začala obnovovať pozemková mapa EN na plastových fóliách.

Z hľadiska vzniku mapy bol sortiment máp EN pestrý. Mapy v siahových mierkach boli vyhotovované podľa návodov z rokov 1856, 1865, 1869 a 1904 stolovou metódou, zväčša v mierke 1:2880. Postupne ako pokračovala obnova máp technicko-hospodárskym mapovaním a neskôr základnou mapou veľkej mierky, začali sa vo funkcii máp EN používať výsledky získané v rámci tvorby týchto mapových diel.

S postupom času stále väčšiu funkciu začala nadobúdať požiadavka súladu medzi písomným operátom EN a meračským operátom EN.

¹⁾ 25. 9. 1992 sa zmenil na Slovenský úrad geodézie, kartografie a katastra a od 1. 1. 1993 na Úrad geodézie, kartografie a katastra (ÚGKK) Slovenskej republiky.

²⁾ Pre územie bývalého Západoslovenského kraja a pre územie hlavného mesta SSR Bratislavy sa zriadila Správa geodézie a kartografie v Bratislave s pôsobnosťou krajskej správy.

Významný racionalizačný a automatizačný prvok predstavoval v roku 1970 prechod na automatizáciu spravovania EN počítačom TESLA 200. Od roka 1973 sa začala orientácia na stredné počítače. V roku 1981 sa začalo pracovať so samostatným vlastným rezortným stredným sálovým počítačom EC 1033. Už v roku 1985 automatizácia spravovania EN dosiahla takú úroveň, že sa mohlo povedať, že v rámci automatizovaného informačného systému geodézie a kartografie bol vybudovaný jeden informačný súbor – register EN, ktorý zvládol problematiku spracúvania zmien a údržby písomného operátu EN, okrem LV [1, 6, 7].

5. EN – integrovaný nástroj štátu na evidovanie vlastníckych a iných práv k nehnuteľnostiam a na evidovanie nehnuteľností

Vo vzťahu údajov PK a pozemkového katastra platila zásada, že PK zodpovedala za údaje o vlastníctve nehnuteľnosti, kým pozemkový kataster zodpovedal za polohu, tvar a rozmer nehnuteľnosti.

Postupne však vznikol nesúlad medzi týmito evidenciami navzájom, a tiež medzi skutočným stavom a každou z týchto evidencií. Po druhej svetovej vojne absentovala politická vôľa, aby PK zvládla a reflektovala prudký spoločenský vývoj začatý osídľovaním, revíziou prvej pozemkovej reformy a najmä vývoj pri kolektivizácii poľnohospodárstva a lesného hospodárstva.

Všetky tieto opatrenia, ktoré vyvolali veľké zmeny vo vlastníckych vzťahoch k pozemkom, neboli zväčša ani v PK ani v katastrálnom operáte premietnuté. V roku 1964 sa pristúpilo k vyhotoveniu nového technického diela, ktoré malo evidovať údaje o pozemkoch podľa ich faktického užívania, bez ohľadu na vlastnícke vzťahy, t. j. k EN. V dôsledku toho bolo zastavené udržiavanie súladu pozemkového katastra so skutočnosťou a s PK.

Vydaním Občianskeho zákonníka č. 40/1964 Zb. a zákona [1] bolo rezortu geodézie a kartografie zverené navyše evidovanie vlastníckych vzťahov k nehnuteľnostiam vrátane zakladania LV. Toto evidovanie ale v skutočnosti pokrývalo iba priestory intravilánov, lebo z priestorov kolektivizovaného lesného i poľnohospodárskeho extravilánu namiesto vlastníckych vzťahov k nehnuteľnostiam boli evidované v rámci EN užívacie vzťahy. Zákon o EN zlúčil predchádzajúce dva samostatné evidenčné nástroje, resp. ich hlavné funkcie. Funkcia EN utlmať vedomie vlastníka o jeho vlastníckom práve a preferovať užívacie vzťahy k nehnuteľnostiam v kolektivizovanom extraviláne, ale i v intraviláne, je zrejmá z textu § 1 zákona o EN, kde sú zadefinované ciele EN. V tomto súbore funkcií absentovala úloha ochrana súkromného vlastníctva.

Z textu § 2 ods. 1 zákona o EN: „V EN sa vyznačujú všetky nehnuteľnosti..., ďalej vlastnícke vzťahy...“ by sa mohlo zdať, že išlo o všetky vlastnícke vzťahy, teda i o súkromné vlastníctvo nehnuteľností. Ale už zdôvodnenie k zákonu o EN nielenže zdôvodňuje, ale aj špecifikuje, a to nad rámec uvedenej textácie § 2 ods. 1 zákona o EN princíp neúplnej evidencie vlastníckych vzťahov: „Poľnohospodárske a nepoľnohospodárske pozemky vo vlastníctve občanov, ktoré sú v spoločenskom alebo náhradnom užívaní, budú evidované zjednodušenou formou. Vo výnimočných prípadoch, kde by doterajšie súkromné vlastníctvo k združeným pozemkom bolo potrebné zisťovať (napr. pri vyvlastnení), bude možno potrebné údaje zistiť z doterajších operátov a dokladov založených v zbierke listín pozemkovej knihy alebo u orgánu geodézie“.

Tento cieľný diskriminačný charakter zákona o EN bol potvrdený i textáciou nadväznej vykonávacej vyhlášky ÚSGK č. 23/1964 Zb., ktorá upravovala evidovanie vlastníckeho práva k nehnuteľnostiam v § 7 ods. (3) v rozpore so zákonom: „Poľnohospodárske a lesné pozemky vo vlastníctve občanov budú sa zobrazovať v mapách a evidovať podľa parcelných čísel len pri tých pozemkoch, ktoré nie sú užívané socialistickou organizáciou alebo nie sú v náhradnom užívaní“.

Dôsledkom tejto právnej úpravy evidovania vlastníckeho práva k nehnuteľnostiam bolo, že celá činnosť zapisovania právnych vzťahov (zakladanie LV) v období 1964 až 1990 či už podľa dochádzajúcich listín a rozhodnutí súdov, štátnych notárstiev, národných výborov a iných oprávnených rozhodovať o právnych vzťahoch k nehnuteľnostiam, alebo vyšetrovaním v obci (tzv. druhá etapa zakladania evidencie právnych vzťahov) sa v zásade vzťahovala iba na intravilán a osobitné časti extravilánu s vylúčením kolektivizovaných častí poľnohospodárskej a lesnej pôdy.

S postupne narastajúcim významom evidovania vlastníckych vzťahov sa po troch rokoch od účinnosti zákona [1] začalo aj s komplexným zakladaním právnych vzťahov na území jednotlivých obcí na základe došetrovania vlastníckych vzťahov. Za súčinnosti obcí a občanov bolo platnými listinami preukazované vlastníctvo k nehnuteľnostiam a vpišované do EN. Evidované údaje právnych vzťahov na LV sa stali postupne stále dôležitejším podkladom na spisovanie listín o prevodoch nehnuteľností, ako aj podkladom na rozhodovanie štátnych orgánov (dedičstvá, vyvlastňovanie, rozhodnutia súdov a i.). Aplikácia zákona [1] ukázala, že fyzické a právnické osoby v značnom rozsahu nie sú schopné preukázať svoje vlastnícke vzťahy k nehnuteľnostiam platnými listinami.

Spoločenské zmeny po novembri 1989 zastihli EN v jej dôležitej funkcii poskytovania informácií na preukázanie vlastníckeho práva k nehnuteľnostiam v zlom stave, v stave hľadania riešení, keď sa už od polovice osemdesiatych rokov minulého storočia systematicky vykonávala seriózna analýza dobovo platnej právnej úpravy a návrh novej právnej úpravy už bol spracovaný v prípravnej fáze. Návrh novej právnej úpravy bol taký progresívny, že jeho značná časť bola využiteľná v nových spoločenských podmienkach. Napriek tomu išlo o stav, ktorý v dôsledku spoločenských zmien po roku 1989 urgentne vyžadoval zmenu. Bolo to odrazom veľmi komplikovaného, ťažkopádneho a neprehľadného dovtedajšieho systému evidovania nehnuteľností a evidovania vlastníckych a užívacích práv k nehnuteľnostiam. Forma tohto systému, zdedeného z minulosti, sa stala prvkom právnej neistoty, zdrojom problémov pri uplatňovaní vlastníckych práv, pri reštitúcii nehnuteľností, ako i prekážkou rozvoja podnikateľskej činnosti nielen v intravilánoch obcí, ale najmä v poľnohospodárskom i lesnom extraviláne. [1, 6, 7].

6. Kataster nehnuteľností

Právne vzťahy k značnej časti nehnuteľností v intravilánoch (cca 25 %) a vo väčšom rozsahu v extravilánoch boli v roku 1990 nedoložené, podľa dobového právneho poriadku ťažko riešiteľné, alebo vôbec neriešiteľné, a teda ani v EN ani v PK neevidované. Išlo najmä o

– majetkovoprávne neusporiadané parcelácie na individuálnu bytovú výstavbu občanov, kde barierou riešenia bol § 141 ods. (4) stavebného zákona č. 50/1976 Zb.,

- nedokončené komasácie, ktoré neboli premietnuté v PK, ale občania začali pozemky užívať,
- neusporiadané právne vzťahy, kde vlastníci nehnuteľností nemohli deklarovať svoje vlastnícke právo, lebo im chýbali právne listiny,
- osadnícke právne pomery, ktoré neboli premietnuté v PK a občania vstúpili do skutočnej držby,
- zničené pozemkovoknižné operáty v dôsledku vojnových udalostí, živelných pohrôm a pod.

V tejto súvislosti boli kompetentné orgány na Slovensku v roku 1990 postavené pred zásadnú otázku, a to kompetenčne, inštitucionálne a organizačne doriešiť problematiku dovtedajšej EN a PK.

Analýza medzinárodných zmlúv, ktorými na úrovni roka 1990 boli (a aj dnes sú) členské krajiny Európskej únie (EÚ) aj prístupové krajiny viazané, ukázala, že tieto zmluvy sa na oblasť správcovstva nehnuteľností (rozumej problematika nášho katastra nehnuteľností (KN), anglicky „land administration“) priamo nevzťahovali. Bolo konštatované, že medzinárodné zmluvy iba zakotvujú všeobecné princípy nepriamo sa dotýkajúce správcovstva nehnuteľností, ako napr. čl. 17 Všeobecnej deklarácie ľudských práv a čl. 1 Dohovoru na ochranu ľudských práv a základných slobôd (Convention for the Protection of Human Rights and Fundamental Freedoms as amended by Protocol Nr. 11, Italy, Rome 4. 11. 1950), zakotvujúce najmä právo vlastníctva, rovnoprávne postavenie všetkých druhov vlastníctva, rovnoprávnosť pri nadobúdaní a pri strate vlastníctva.

Komunitárne právo EÚ postup pri správcovstve nehnuteľností osobitne neupravuje. Právne úpravy v tejto oblasti sú úplne ponechané na kompetenciu jednotlivých členských krajín EÚ.

S účinnosťou od 1. 1. 1993 bola prijatá dvojica zákonov: zákon č. 265/1992 Zb. o zápisoch vlastníckych a iných vecných práv k nehnuteľnostiam [2] a zákon SNR č. 266/1992 Zb. o katastri nehnuteľností v Slovenskej republike [3]. Táto nová právna úprava KN od 1. 1. 1993 integrovala funkcie pôvodnej PK (a s tým súvisiacej registrácie zmlúv dovtedajšími štátnymi notármi) s vtedajšou EN. Táto právna úprava zverila rozhodovanie o splnení zákonom ustanovených hmotnoprávných podmienok vzniku, zmeny a zániku vlastníckych a iných práv k nehnuteľnostiam (rozhodovanie o povolení vkladu vlastníckeho práva do KN) špecializovaným orgánom štátnej správy katastra, a to katastrálnym úradom (KÚ) prípadne správam katastra (SK). Táto ich rozhodovacia činnosť sa stala obdobou rozhodovacej činnosti súdov, a týmto sa činnosť KÚ začala zásadne odlišovať od typickej činnosti orgánov štátnej správy a začala niesť v sebe prvky justičnej činnosti. V období zrodu katastrálneho zákona, t. j. v rokoch 1990 až 1992 boli vedené veľmi náročné a aj konfliktné rozhovory medzi odborníkmi a politikmi (národné i federálne orgány justície, prokuratúry, súdництва, úradov geodézie a kartografie, profesijných zväzov a ďalšie) na tému kompetenčného začlenenia registrácie vlastníckych práv k nehnuteľnostiam, t. j. dovtedajšej neaktualizovanej PK a dovtedajšej EN, prípadne na tému ich integrovania. Dôležitým momentom pri rozhodovaní o budúcom riešení bola skutočnosť, že okrem vtedajších národných úradov geodézie a kartografie v Česko-Slovensku, neponúkol nijaký ďalší rezort iný konkurenčný model riešenia, v ktorom by zoberal na seba zodpovednosť za túto spoločensky dôležitú oblasť.

Kompetenčný systém správcovstva nehnuteľností každej členskej krajiny EÚ, ako aj o členstvo v EÚ sa uchádzajúcich krajín bol a je, okrem iného (o. i.), konfrontovaný aj s Dohovorom na ochranu ľudských práv a základných slo-

Tab. 1 Vývoj počtu zapísaných ROEP do KN

Počet zapísaných ROEP do 31. 12.	ROEP MP SR	ROEP SK	spolu
1997	8	14	22
1998	85	98	183
1999	201	246	447
2000	313	370	683
2001	457	479	936
2002	667	609	1276
2003	815	712	1527

MP SR – Ministerstvo pôdohospodárstva SR

bôd. Podľa čl. 6 bodu 1 Dohovoru „V súvislosti s určením svojich civilných práv a povinností má každý právo na spravodlivý a verejný výsluch v rámci zdôvodnenej časovej lehoty pred nezávislým a nestranným súdom ustanoveným zo zákona...“.

Inštitucionálne riešenie KN v Slovenskej republike (SR), účinné od 1. 1. 1993, predstavuje komplexné organizačné i kompetenčné integrovanie pozemkovoknižných funkcií s katastrálnymi funkciami. Spravovanie KN je v SR v kompetencii KÚ (po roku 1993 v počte tri KÚ a od roka 1996 na úrovni každého z 8 krajov), prípadne v kompetencii SK (na úrovni každého zo 79 okresov a od roka 2004 s výnimkou mesta Bratislava a mesta Košice, kde sú integrované SK), ako miestnych orgánov špecializovanej štátnej správy. Konanie pred týmito orgánmi je správnym konaním. Práva k nehnuteľnostiam sa v SR zapisujú vkladom práv k nehnuteľnostiam do KN, záznamom práv k nehnuteľnostiam do KN a poznámkou o právach k nehnuteľnostiam v KN.

Intenzívna diskusia pred 1. 1. 1993 bola spojená so stupňom kompatibility kompetenčného riešenia správcovstva pozemkov – KN, ktorého aplikácia bola v SR navrhovaná, práve vzhľadom na čl. 6 bod 1 Dohovoru. Vo výslednici bol akceptovaný záver vychádzajúci zo skutočnosti, že

- ide o nesporné konanie,
- proti rozhodnutiu o zamietnutí návrhu na vklad práva do KN je prípustný riadny opravný prostriedok, o ktorom rozhoduje súd,
- o návrhu na vklad práva k nehnuteľnostiam do KN rozhoduje zamestnanec KÚ, ktorý má na to osobitnú odbornú spôsobilosť.

V závere sa skonštatovalo splnenie podmienok čl. 6 bod 1 Dohovoru, ak v tomto druhu správneho konania s prvkami justičného charakteru v prvom stupni rozhoduje orgán špecializovanej štátnej správy.

Zákon [2] a zákon [3] boli integrované a s účinnosťou od 1. 1. 1996 nahradené zákonom Národnej rady (NR) SR č. 162/1995 Z. z. o katastri nehnuteľností a o zápise vlastníckych a iných práv k nehnuteľnostiam (katastrálny zákon) [4]. S účasťou nového katastrálneho zákona bola novelizácia tých ustanovení, ktorých riešenie si vyžiadala aplikačná prax bez toho, aby sa podstata zákonného riešenia menila. Na novelizovaný katastrálny zákon nadviazala vyhláška ÚGKK SR č. 79/1996 Z. z., ktorou sa vykonáva zákon NR SR o katastri nehnuteľností a o zápise vlastníckych a iných práv k nehnuteľnostiam [2, 3, 4, 8, 9, 10, 14, 15].

Tab. 2 Vývoj počtu bytov evidovaných v KN

SR k 1. 1.	Počet bytov v KN vo vlastníctve	
	právnických osôb	fyzických osôb
1999	27 882	267 683
2000	35 823	353 034
2001	41 688	429 578
2002	45 053	502 161
2003	46 273	570 614
2004	50 107	623 789

Tab. 3 Vývoj pokrytia SR katastrálnymi mapami spravovanými vo forme vektorovej katastrálnej mapy z číselnej mapy

		Stav k 31. 12									
		1994	1995	1996	1997	1998	1999	2000	2001	2002	2003
SR	C	13	135	176	209	253	305	381	446	582	600
	I	0	16	27	33	38	53	71	93	105	110
	E	0	14	20	25	29	31	36	42	46	50

C – celé katastrálne územie

I – iba intravilán (zastavaná časť obce)

E – iba extravilán (nezastavaná časť obce)

6.1 Register obnovenej evidencie pozemkov

Citeľným nedostatkom KN bola nedobudovanosť bázy údajov o vlastníckych právach k nehnuteľnostiam, keď vlastnícke právo k tým nehnuteľnostiam, ktoré ešte nemali založený LV v KN (v registri C alebo aspoň v registri E), bolo dokumentované buď zápisom v pozemkovoknižnej vložke alebo v iných listinách. Tento nevyhovujúci stav mal postupne odstrániť jednorazovo vyhotovený a plynule potom aktualizovaný úradne zistený súhrn aktuálne dostupných údajov o pozemkoch, ktoré sú predmetom vlastníckeho práva, poskytujúci určitú právnu istotu a súčasne nebrániaci neskoršiemu preukázaniu vlastníctva všeobecne platnými spôsobmi, a to zákonom NR SR č. 180/1995 Z. z. o niektorých opatreniach na usporiadanie vlastníctva k pozemkom [5] ustanovený register obnovenej evidencie pozemkov (ROEP). Funkciou ROEP, ktorý je zostavený a schválený ako výsledok konania vo forme rozhodnutia, je sústrediť pokiaľ možno všetky údaje o pozemkoch v katastrálnom území a o právnych vzťahoch k nim, aby po zapísaní do KN mohli byť využívané ako jeho údaje. Takéto sústredenie do podoby, z ktorej informácie z KN môžu byť poskytované na počkanie, znamená značné zrýchlenie operácií na trhu s nehnuteľnosťami, a teda i zvýšenie právnej istoty vlastníkov a iných oprávnených [5, 11, 12] (pozri tab. 1).

6.2 Evidovanie práv k bytom a nebytovým priestorom

V roku 1993 bol prijatý zákon NR SR č. 182/1993 Z. z. o vlastníctve bytov a nebytových priestorov, ktorý znamenal prudký kvantitatívny nárast požiadaviek na už aj vtedy nedostatočné kapacity KÚ, lebo v súvislosti s ním sa rozšíril

obsah KN aj o evidovanie vlastníckych a iných vecných práv k týmto nehnuteľnostiam, ktoré dovtedy boli mimo pozornosti KN (EN) – pozri tab. 2.

6.3 Horizontálna integrácia miestnej štátnej správy

Dňa 24. 7. 1996 vstúpil do účinnosti zákon NR SR č. 222/1996 Z. z. o organizácii miestnej štátnej správy a o zmene a doplnení niektorých zákonov, ktorý priniesol vážnu ale iba dočasnú zmenu organizačnej štruktúry dovtedajších špecializovaných orgánov štátnej správy na úseku KN – KÚ. Týmto zákonom boli zrušené KÚ a ich pôsobnosť prešla na okresný úrad, ak ju nezveril zákon krajskému úradu, ako dôsledok horizontálnej integrácie miestnej štátnej správy a nového administratívneho usporiadania štátu.

Na výkon miestnej štátnej správy boli zriadené právnické osoby, krajské úrady a okresné úrady. Krajské úrady a okresné úrady vykonávali štátnu správu na 20 úsekoch menovite ustanovených zákonom, z ktorých jeden úsek bol KN. Krajské úrady a okresné úrady sa vo svojej činnosti riadili všeobecne záväznými právnymi predpismi, smernicami a ďalšími opatreniami príslušných ministerstiev a iných ústredných orgánov štátnej správy. Tým sa KN v SR stal súčasťou všeobecnej štátnej správy.

Okresný úrad bol v prvom stupni vecne príslušný na konanie, v ktorom o právach alebo o povinnostiach fyzických osôb a právnických osôb v oblasti štátnej správy rozhodovali orgány štátnej správy (t. j. v správnom konaní).

Krajský úrad vykonával najmä v druhom stupni úlohy štátnej správy vo veciach, v ktorých v správnom konaní v prvom stupni konali okresné úrady. Katastrálne odbory krajských úradov a katastrálne odbory okresných úradov konali a rozhodovali v administratívno-správnych veciach (v správnom konaní) na úseku KN samostatne.

Ústredné orgány štátnej správy, do ktorých pôsobnosti patrili úseky štátnej správy vykonávané krajskými úradmi a okresnými úradmi, o. i. riadili výkon štátnej správy usku-točnovej krajskými úradmi a okresnými úradmi na jednotlivých úsekoch štátnej správy vydávaním všeobecne záväzných právnych predpisov, smerníc a pokynov, zjednocovaním postupu pri ich používaní, vypracúvaním koncepcií rozvoja konkrétneho úseku štátnej správy, preskúvaním rozhodnutí podľa osobitných predpisov a kontrolou tohto výkonu.

Cieľom tohto usporiadania organizácie miestnej štátnej správy v rokoch 1996 až 2001 bolo zvýšenie jej efektívnosti a zjednodušenie vybavovania si záležitostí právnických a fyzických osôb. Na úseku KN tieto ciele neboli dosiahnuté. Reforma miestnej štátnej správy z roka 1996 nepriniesla zvýšenie funkčnosti výkonu štátnej správy na úseku KN, a to ani v oblasti personalistiky a financovania zákonom určených aktivít KN. Legislatívny stav na úseku KN v SR v rokoch 1996 až 2001, keď rozhodovanie o vzniku, zmene a zániku vlastníckeho práva k nehnuteľnostiam bolo kompetenčne začlenené do orgánov miestnej štátnej správy, bolo v európskom meradle absolútnou výnimkou. Vo všetkých členských a čaka-telských krajinách EÚ s výnimkou SR bola z dôvodu garantovania nezávislosti rozhodovania táto činnosť zahrnutá buď do špecializovanej štátnej správy alebo do organizačnej štruktúry orgánov súdnej moci. Výkon štátnej správy na úseku KN bol v zmysle platnej právnej úpravy v SR založený na princípe kolektívneho riadenia, ktoré sa neosvedčilo, keď metodické riadenie bolo odtrhnuté od riadenia finanč-norozpočtového, a toto bolo odtrhnuté od riadenia perso-nálno-mzdového.

Zákonom č. 255/2001, ktorým sa mení a dopĺňa zákon NR SR č. 162/1995 o katastri nehnuteľností a o zápise vlastníckych a iných práv k nehnuteľnostiam (katastrálny zákon) v znení zákona NR SR č. 222/1996 Z. z. o organizácii miestnej štátnej správy a o zmene a doplnení niektorých zákonov v znení neskorších predpisov, sa opäť vytvorila od 1. 1. 2002 špecializovaná štátna správa na úseku KN. Prínos tejto dodnes platnej štruktúry orgánov štátnej správy KN je okrem medzinárodných aspektov, ktoré súvisia i so vstupom SR do EÚ, v homogénnej organizačnej štruktúre s priamou nedelenou zodpovednosťou, vo zvýšení zastupiteľnosti na ťažiskových postoch na jednotlivých pracoviskách na okresných SK, a tým aj v homogenizácii úrovne zabezpečovania zákonných úloh dovtedajších katastrálnych odborov okresných úradov navzájom.

6.4 Tvorba vektorových máp z číselnej mapy

Stupeň plnenia úloh KN spojených s jeho funkciou ako moderného informačného systému je okrem iného limitovaný aj existenciou údajov v digitálnej forme, najmä údajov katastrálnych máp. Až digitálne údaje umožňujú v plnom rozsahu využívať moderné informačné technológie, čo znamená skvalitnenie a zjednodušenie spravovania KN vrátane zrýchlenia poskytovania údajov z katastrálneho operátu. Deväťdesiate roky minulého storočia znamenali nástup tvorby a následného spravovania digitálnych katastrálnych máp vo vektorovej forme z číselnej mapy [15] (pozri tab. 3).

6.5. Údaje KN na internete

Realizáciou dodávok počítačovej techniky z prostriedkov PHARE počnúc druhou polovicou deväťdesiatych rokov minulého storočia boli vytvorené podmienky na SK i v centre na zásadne zlepšenie plnenia úloh v automatizovanom informačnom systéme geodézie, kartografie a katastra. V nadväznosti na vládou SR schválený materiál „Návrh opatrení na zlepšenie činnosti katastrálnych úradov a zavedenie registra katastra na internet“ (uznesenie vlády SR č. 540/2002) boli od začiatku roka 2004 zverejnené údaje KN na internete na katastrálnom portáli ÚGKK SR a začal sa prechod programového vybavenia informačného systému KN na platformu Windows. Katastrálny portál umožní uje autorizovaný prístup k údajom KN, umožní získať základné informácie okamžite a bez návštevy príslušnej SK a získať súhrnné a detailné informácie bez zložitej korešpondencie.

7. Záver

Vydaním Občianskeho zákonníka č. 40/1964 Zb. a zákona č. 22/1969 Zb. o EN bolo rezortu geodézie a kartografie zverené okrem evidovania nehnuteľností aj evidovanie vlastníckych vzťahov k nehnuteľnostiam vrátane zakladania LV. Zákon o EN zlúčil predchádzajúce dva samostatné evidenčné nástroje, resp. ich hlavné funkcie. Napriek všetkým nedostatkom EN, najmä na úseku neúplného evidovania vlastníckych práv k nehnuteľnostiam, sa EN stala základom na novú právnu úpravu evidovania nehnuteľností a evidovania práv k nehnuteľnostiam počnúc rokom 1993. Táto právna úprava zverila rozhodovania o splnení zákonom ustanovených hmotnoprávných podmienok vzniku, zmeny a zániku vlastníckych a iných práv k nehnuteľnostiam (rozhodovanie o povolení vkladu vlastníckeho práva do KN) špecializovaným orgánom štátnej správy katastra.

Kompetenčné riešenie správcovstva nehnuteľností – KN účinné v SR od 1. 1. 1993 (s výnimkou obdobia 1996 až 2001) preukázalo svoju životaschopnosť, osvedčilo sa a v rámci daných rozpočtových možností plní svoje úlohy dané zákonmi. Toto kompetenčné riešenie sa osvedčilo aj v konfrontácii s Dohovorom na ochranu ľudských práv a základných slobôd, ako aj v konfrontácii so Smernicou na pozemkovú správu s osobitným zreteľom na krajiny s prechodovou ekonomikou Európskej hospodárskej komisie OSN, ECE/HBP/96.

KN v svojej podobe od roka 1993 kontinuálne nadviazal na všetky dobové progresívne prvky predchádzajúcej EN, a tým si vytvoril predpoklady na plnenie úloh, ktoré od neho vyžaduje moderná, právna a demokratická spoločnosť.

LITERATURA:

- [1] Zákon č. 22/1964 Zb. o evidencii nehnuteľností.
- [2] Zákon č. 265/1992 Zb. o zápisoch vlastníckych a iných vecných práv k nehnuteľnostiam.
- [3] Zákon SNR č. 266/1992 Zb. o katastri nehnuteľností v Slovenskej republike.
- [4] Zákon NR SR č. 162/1995 Z. z. o katastri nehnuteľností a o zápise vlastníckych a iných práv k nehnuteľnostiam (katastrálny zákon) v znení neskorších predpisov.
- [5] Zákon NR SR č. 180/1995 Z. z. o niektorých opatreniach na usporiadanie vlastníctva k pozemkom.
- [6] LENKO, D.: 25 rokov plnenia úloh štátneho záujmu v odbore geodézie a kartografie. In: 25 rokov rezortu geodézie a kartografie. Bratislava, Slovenský úrad geodézie a kartografie 1979.
- [7] Kapitoly z histórie geodézie v Československu 1945–1987. Bratislava, Výskumný ústav geodézie a kartografie 1988.
- [8] HORŇANSKÝ, I.: Ako ďalej s evidenciou nehnuteľností. Geodetický a kartografický obzor, 37/79, 1991, č. 2, s. 35–37.
- [9] HORŇANSKÝ, I.: Problematika evidencie vlastníckych vzťahov k nehnuteľnostiam na Slovensku. Geodetický a kartografický obzor, 37/79, 1991, č. 9, s. 190–193.
- [10] HORŇANSKÝ, I.: Príspevok k obnoveniu intabulačného princípu. Geodetický a kartografický obzor, 38/80, 1992, č. 11, s. 233–236.
- [11] HORŇANSKÝ, I.: Budovanie bázy údajov o vlastníckych vzťahov v katastri nehnuteľností. Geodetický a kartografický obzor, 39/81, 1993, č. 12, s. 262–266.
- [12] HORŇANSKÝ, I.: Evidovanie pôvodných kolektívizáciou poľnohospodárstva a lesného hospodárstva do veľkých blokov zlúčených parciel a ich vlastníckych práv v katastri nehnuteľností. Geodetický a kartografický obzor, 41/83, 1995, č. 4, s. 81–84.
- [13] HORŇANSKÝ, I.: Kataster nehnuteľností. Bratislava, Slovenská technická univerzita 2002.
- [14] MAREK, J. – NEJEDLÝ, A.: Kataster – Historický prehľad. Bratislava, Slovenská spoločnosť geodetov a kartografov 2002.
- [15] HORŇANSKÝ, I.: Kataster nehnuteľností v praxi. Bratislava, vydavateľstvo EPOS 2003.

Do redakcie došlo: 8. 9. 2004

Lektoroval:
Ing. Juraj Paľčík, PhD.,
Prešov

Pro příští GaKO připravujeme:

SKOŘEPA, Z.–WALENKA, J.: Vyrovnání polygonového pořadu. (MNČ versus přibližné vyrovnání)

PROCHÁZKA, J.–VOBOŘILOVÁ, P.: Sledování náklonů opěrných sloupů ochozu Letohrádku královny Anny na Pražském hradě

OSOBNÍ ZPRÁVY

Ing. Jiří Černohorský – 55 let

92. Černohorský: 528

Dne 19. ledna 2005 oslavil v plné síle a svěžesti své pětadesáté narozeniny Ing. Jiří Černohorský, ředitel Zeměměřického úřadu (ZÚ) se sídlem v Praze.

Jubilant se narodil v Praze. Po studiu na Střední všeobecně vzdělávací škole v Žamberku absolvoval v r. 1973 Fakultu stavební, obor geodézie a kartografie na ČVUT v Praze. Po ukončení vysokoškolského studia nastoupil do Geodetického ústavu, n. p., Praha (předchůdce ZÚ), kde pracoval jako samostatný geodet v provozech triangulace a nivelace. Od října 1976 do května 1977 se podílel na geodeticko-astronomických měřeních Laplaceových bodů v Nepálu. V letech 1978–1983 působil na Českém úřadě geodetickém a kartografickém (od roku 1993 Český úřad zeměměřický a katastrální – ČÚZK) postupně ve funkcích od samostatného odborného referenta až po ředitele technického odboru, ve kterých uplatňoval svůj odborný přehled a organizační talent. V tom období reprezentoval československou geodézii v zahraničí na pravidelných poradách představitelů geodetických služeb v oblasti geodetických základů.

K 1. listopadu 1993 byl Ing. Jiří Černohorský jmenován ředitelem Zeměměřického ústavu (předchůdce ZÚ). V odborné činnosti se věnuje převážně organizační práci s dřívějším zaměřením na problematiku bodových polí na národní i mezinárodní úrovni a v současnosti zejména na realizaci základní báze geografických dat (ZABAGED). Je členem Stálé česko-rakouské a česko-slovenské hraniční komise, členem Kolegia předsedy ČÚZK, členem státní zkušební komise oboru geodézie a kartografie na Fakultě stavební ČVUT v Praze a rotujícím předsedou (místopředsedou) redakční rady časopisu Geodetický a kartografický obzor. Bohatě pracovní aktivity vyvažuje Ing. Jiří Černohorský sportem a zájmem o přírodu.

Do dalších let přejeme Ing. Jiřímu Černohorskému pevné zdraví, dosavadní pracovní elán, mnoho profesionálních úspěchů a spokojenosti v osobním životě.

Vedoucí redaktor GaKO Ing. Stanislav Olejník – sedmdesátiletý

92. Olejník: 528

Dne 27. července 2004 se dožil 70 let Ing. Stanislav Olejník, dříve vedoucí oddělení gravimetrie Zeměměřického úřadu (ZÚ) v Praze. Narodil se ve Zlíně. Středněškolská studia absolvoval na tamním Reálném gymnáziu v roce 1952 a zeměměřické inženýrství na Zeměměřické fakultě ČVUT v Praze v roce 1957. Po ukončení studií nastoupil do Geodetického a topografického ústavu v Praze (předchůdce ZÚ).

Vykonával gravimetrické mapování, tíhová měření v okolí Laplaceových bodů a československé gravimetrické sítě. V letech 1962–1963 se účastnil gravimetrické prospekce naftových ložisek v Afghánistánu. Zabýval se metodikou výpočtu oprav z reliéfu terénu, problematikou přesnosti gravimetrických map a korelacemi tíhových anomálií a výšek. Je autorem map středních tíhových anomálií na území tehdejšího Československa, využívaných pro určování gravimetrického geoidu. V letech 1971–1973 absolvoval na ČVUT v Praze postgraduální studium oboru geodézie a kartografie. Jako specialista se zúčastňoval akcí v rámci mezinárodní spolupráce, zejména v oblasti instrumentální gravimetrie a studia neslapových změn tíhového pole Země. Zvyšoval si odbornou kvalifikaci a dosáhl 1. stupně vědeckotechnické atestace.

Od roku 1975 do roku 1999 působil ve funkci vedoucího gravimetrického oddělení. Navrhoval a usměrňoval koncepci gravimetrických základů a zajistil jejich kvalitativní úroveň podle mezinárodních standardů. Byl autorem několika předpisů, technologických postupů a spoluautorem projektu vybudování společné gravimetrické sítě na území České republiky, Slovenska a Maďarska v tíhovém systému 1995 s využitím absolutních měření. Byl iniciátorem praktického spojení naší gravimetrické sítě se sítěmi Rakouska a Německa a jejího zapojení do sítě evropské, autorem projektu pro tíhové zaměření bodů Geodynamické sítě České republiky aj. Je autorem či spoluautorem 33 odborných článků; některé publikoval i v časopise Geodetický a kartografický obzor; známa je i jeho činnost lektorská.

V našem časopise pracoval jako technický redaktor a člen redakční rady od roku 1978, od roku 1990 pracuje ve funkci vedoucího redaktora. Významně se zasloužil o přetrvání časopisu a jeho dosažení vydávání.

Do dalších let přejeme Ing. Stanislavovi Olejníkovi dobré zdraví a spokojenost v osobním životě.

NEKROLOGY

Za Janem Putnou

92. Putna: 528

Krátce po své osmdesátce, dne 6. listopadu 2004, zemřel v Kyjově po krátké nemoci Jan Putna, výrazná osobnost jihomoravské geodézie. Pocházel z Rozařína, vesničky jižně od Brna, kde se narodil 17. října 1924. Venkovské prostředí i výchova v rodině, v níž se opírali o tradiční životní i duchovní jistoty, hluboce ovlivnily jeho přesvědčení i jeho pozdější životní postoje.

Po skončení povinné školní docházky byl přijat za pomocníka v brněnské zeměměřické kanceláři Antonína Prokeše. Tam si od samého počátku všiml pečlivého grafického projevu patnáctiletého vytáhlého chlapce i jeho nevšední píle. Se zájmem a zvědavostí rok od roku pronikal postupně do praktického zeměměřictví.

Léta zkušeností pod vedením odborníků u renomované firmy plně nahrazovala tehdejší absenci středního školství v oboru.

Krátce po skončení války se Jan Putna vypravil do Kyjova, nastoupil jako technik v kanceláři inženýra Laštovičky, vybavené na tehdejší dobu dobrou měřickou technikou.

Po pracích na hospodářskotechnických úpravách a zakládání tzv. jednotné evidence půdy se jako mapér podílel na tvorbě topografických map. Uplatnil zde svoji jedinečnou grafickou zdatnost a vynikl jako organizátor mapovacích čt. Po roce 1963 pracoval se stejnou erudicí na technickohospodářském mapování, hlavně na jižní a východní Moravě a též na Slovensku. Vždy v terénu, od časného jara do pozdního podzimu, až do svého odchodu do penze v roce 1988. Ale i potom ještě pracoval celou řadu let v oboru mapování.

Modernizující se přístrojová i výpočetní technika, nic z toho nebylo pro něho neuchopitelným. Vedle mapovacích prací mu bylo možno světit jakýkoliv úkol praktické geodézie a jeho grafickou preciznost nahradila až automatizace kresby a popisu. Ne nadarmo se říkalo, že Putnovou specializací je široká všestrannost. V době všelijakých, často pochybných, experimentů v oboru mapování, stál vždy na straně vysoké kvality, Ne proklamacími, ale vlastním příkladem.

V průběhu let se mu za jeho práci dostalo četných ocenění. Říkal ale, že zaměstnání je pro něho jen prostředkem k obživě rodiny. Více si považoval svého neměnného osobního přesvědčení, které dovedl vyslovit i velmi hlasitě. Svou přímostí dokázal odzbrojit kdekoho. V jeho práci, povaze i vystupování se vzácně snoubil oheň Bezručova šohaje s moudrostí rozšafného hospodáře z kraje bratří Mrštíků, odkud pocházel.

Vedle rodiny a zaměstnání, hned na dalším místě, byl jeho největší láskou vinohrad. Když jej před desítkami let zakládal, byl začátečníkem, ale postupně se v této ušlechtilé zábavě stal v Kyjově uznávaným pěstitelem. Na jeho pohostinnost rádi vzpomínají kolegové z obou částí tehdejšího státu.

S Janem Putnou odešla osobnost, která se v oboru zeměměřictví stala legendou již za jeho života.

Z REDAKČNÍ PRAXE

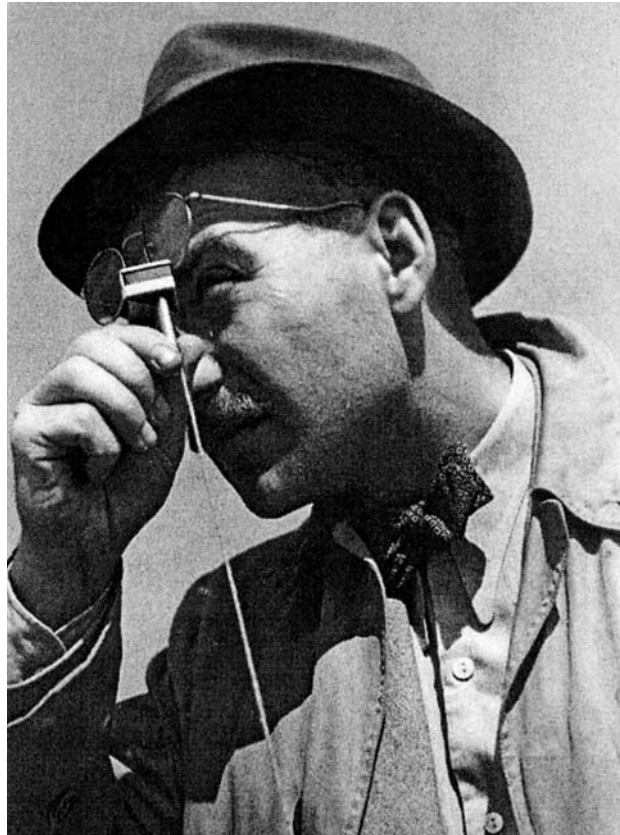
Změna ve funkci technického redaktora

Ke dni 28. února 2005 byl odvolán z funkce technického redaktora Ing. Bohumil Šídlo. Za jeho dlouholetou, poctivou a konstruktivní činnost ve prospěch časopisu mu upřímně děkujeme.

Dnem 1. března 2005 byl do funkce technického redaktora jmenován Petr Mach, zaměstnanec Zeměměřického úřadu

Redakce

Z činnosti kanceláře civilního geometra



Ing. Josef Janoušek (24. 1. 1910 – 8. 7. 1993) převzal roku 1938 na Zbraslavi (dnes Praha 516) Technickou kancelář civilního geometra po Ing. Náhlíkovi (jeho předchůdcem byl Ing. Nechvíle) a vedl ji až do znárodnění roku 1954. Praxi k autorizaci absolvoval od roku 1934, v době krize, jako elév bez platu ve známé pražské firmě Ing. Černého. Jako civilní geometr, v jehož kanceláři pracovaly další legendy, Ing. Dítě, Ing. Taranovský, Ing. Zamrazil, Ing. Schwarz, působil především na území dnešního okresu Praha – západ. V dokumentaci katastrálního úřadu jsou geometrické plány z této doby v některých obcích (Zbraslav, Klínek, Jíloviště, Davle) prakticky jen od něho. Mimo to vykonával práce i pro tehdejší obecní správy, při kladební vodovodů, při regulaci Vltavy, případně nivelační síť pro Zeměměřický ústav. Připojená dobová fotografie zachytila Ing. Janouška při práci (obvykle s motýlkem a v klobouku).

*Text:
Doc. Ing. Pavel Hánek, CSc.,
katedra speciální geodézie FSv ČVUT v Praze*

*Foto (archiv):
Ing. Václav Hejda,
Praha*