

ZEMĚMĚŘIČSKÝ VĚSTNÍK

ČASOPIS SPOLKU ČS. ZEMĚMĚŘIČŮ.

Drobnosti z nižší geodésie. O kontrolních výpočtech.

B. Kladiwo.

Začíná se mluvit o vydání nové, české instrukce pro vyměřování trigonometrická a polygonometrická. Myslím, že by její vydání bylo posud předčasné. Bude potřebí shodnout se před vydáním instrukce o jednotných názvech a o jednotném označování stále se vyskytujících veličin a soustavně pracovat k tomu, aby nová instrukce byla zdokonalená.

Uvedu dva náměty: *a)* Původní instrukce byla vydána v době, kdy grafické počtářství a užívání počítacích strojů bylo v začátcích. Bude nutno, využití v nové instrukci grafického počtářství i počítacích strojů jak jen možno.

b) Druhý námět, týkající se t. zv. kontrolních výpočtů, vyložím podrobněji. Dle staré instrukce a v geodésii vůbec se provádějí kontrolní výpočty velmi často. Obecně se dá podstata kontrolních výpočtů vyjádřiti takto: vypočtené veličiny $x, y, z \dots$ mají splňovati určitou podmínku $f(x, y, z \dots) = 0$. Nejčastěji se vyskytuje případ, že hledanou veličinu počítáme dvoji cestou; vypočtené hodnoty mají souhlasiti; souhlasí, počítáme-li přesně. Na př. analytický výpočet ploch se provádí dvoji cestou, dle vzorců $2P = \sum x_n (y_{n+1} - y_{n-1}) = \sum -y_n (x_{n+1} - x_{n-1})$. Hodnoty $x_n, y_n, \Delta y_n = y_{n+1} - y_{n-1}, \Delta x_n = x_{n+1} - x_{n-1}$ se počítají na dm , součiny $x_n \cdot \Delta y_n, y_n \cdot \Delta x_n$ a jejich součty na dm^2 . Obě hodnoty vypočtené pro $2P$ musí souhlasiti úplně.

Počítáme-li s omezenou přesností (na př. počítáme-li při násobení, dělení jen na určitý počet desetinných míst, nebo užíváme-li na př. logaritmických tabulek) nesplňují vypočtené hodnoty obecně těch podmínek, které splňují přesné hodnoty. — Počítáme-li na př. hledanou veličinu dvoji cestou, nebudou obecně obě vypočtené hodnoty souhlasiti, a je otázka, jaký je mezi nimi možný největší rozdíl.

Obecně: vypočtené veličiny $x', y', z' \dots$ splňují podmínku $f(x, y, z \dots) = 0$ jen přibližně, a je otázka, jakých hodnot může $f(x', y', z' \dots)$ nabýti. V ojedinelých případech je možno předem udati hodnotu h , které má $f(x', y', z' \dots)$ nabýti. V některých případech je možno určit maximum M a minimum m veličiny $f(x', y', z' \dots)$. Často bude možno určit jen číslo ϵ , jistě vyšší než $|f(x', y', z' \dots)|$. — Jestliže veličina $f(x', y', z' \dots)$ vypočtená v některém zvláštním případě se rovná hodnotě h , je-li větší nebo

rovna minimu m a menší nebo rovna maximu M , nebo je-li její absolutní hodnota menší než číslo ϵ , usuzujeme, že jsme počítali správně. Tento úsudek není jistý, je více nebo méně pravděpodobný.

Stará instrukce přechází podobné otázky slovy „soll übereinstimmen“, „werden in der Regel in den letzten Stellen differieren“, „soll Null sein“ a p., jež nepovídají nic určitého.

Vyšetřoval jsem dva takové případy v článku¹⁾ „Drobnosti z nižší geodésie“ (Výpočet logaritmu strany dvojným způsobem a výpočet odchylek směrnic dvojným způsobem). — Uvedu nové případy:

1. Obecný aritmetický průměr (střed) hodnot x'_i ($i = 1, 2 \dots n$). Nechť značí p_i váhy hodnot x'_i , x_0 přibližnou hodnotu, $\delta x_i = x'_i - x_0$, $x'_i = x_0 + \delta x_i$. Hledaný obecný aritmetický střed jest

$$x = \frac{[px']}{[p]} = \frac{[px_0]}{[p]} + \frac{[p\delta x]}{[p]} = x_0 + \Delta x, \text{ kde } \Delta x = \frac{[p\delta x]}{[p]}.$$

Vytvoříme-li rozdíly $ch_i = x - x'_i$, má být

$$[pch] = [p_i(\Delta x - \delta x_i)] = [p] \cdot \frac{[p\delta x]}{[p]} - [p\delta x] = 0.$$

Protože počítáme přibližně, nebude rovnice $[pch] = 0$ přesně splněna. Jaké jsou meze pro součet $[pch]$, vypočtený při určité početní přesnosti? Místo přesného součinu $p_i \delta x_i$ píšeme přibližný součin $(p_i \delta x_i)_z$ (zaokrouhlený) a jest $p_i \delta x_i = (p_i \delta x_i)_z + \epsilon_i$.

Místo přesného $\Delta x = \frac{[p\delta x]}{[p]}$ píšeme $\frac{[(p\delta x)_z]}{[p]}$, a mimo to při dělení počítáme jen na určitý počet desetinných míst, takže místo $\frac{[(p\delta x)_z]}{[p]} = \Delta x' + \frac{zb}{[p]}$ píšeme jen $\Delta x'$. Tedy

$$\Delta x = \frac{[p\delta x]}{[p]} = \frac{[(p\delta x)_z] + [\epsilon]}{[p]} = \Delta x' + \frac{zb}{[p]} + \frac{[\epsilon]}{[p]}.$$

Místo přesného $ch_i = x - x'_i = \Delta x - \delta x_i$ píšeme $ch'_i = \Delta x' - \delta x_i = ch_i - \frac{zb}{[p]} - \frac{[\epsilon]}{[p]}$, a místo součinu $p_i ch'_i$ píšeme přibližný (zaokrouhlený) součin $(p_i ch'_i)_z$, při čemž $p_i ch'_i = (p_i ch'_i)_z + \eta_i$. Tedy

$$[(p_i ch'_i)_z] = [p_i ch'_i] - [\eta_i] = [pch] - [p] \frac{zb}{[p]} - [p] \frac{[\epsilon]}{[p]} - [\eta],$$

a protože $[pch] = 0$, jest $[(p_i ch'_i)_z] = -zb - [\epsilon] - [\eta]$. (1)

Kdybychom místo $ch_i = x - x'_i$ tvořili rozdíly $ch_i = x'_i - x$, bylo by

$$[(pch')_z] = +zb + [\epsilon] - [\eta]. \quad (1')$$

¹⁾ Zeměměř. Věstník, 1917, str. 2—6.

Počítáme-li součiny $p_i \delta x_i$ ($p_i: ch'_i$) na k (l) desetinných míst přesně ($|\varepsilon_i| \leq \frac{1}{2} 10^{-k}$, $|\eta_i| \leq \frac{1}{2} 10^{-l}$), jest dle rovnice (1)

$$-zb - \frac{n}{2} (10^{-k} + 10^{-l}) \leq [(pch')_z] \leq -zb + \frac{n}{2} (10^{-k} + 10^{-l}). \quad (2)$$

Uvedu dva příklady: α) Výpočet definitivních souřadnic uzlového bodu¹⁾. V tomto případě je $k=l=2$, tedy dle vzorce (2)

$$-zb - n \cdot 10^{-2} \leq [(pch')_z] \leq -zb + n \cdot 10^{-2}. \quad (2')$$

Na př.	p	δx	$(p\delta x)_z$	$ch' = 0.34 - \delta x$	$(pch')_z$
	3.5	0.49	1.72	-0.15	-0.52
	2.5	0.15	0.38	$\Delta x' = +0.34$	+0.19
	3.5	0.33	1.16	$zb = -4.10^{-2}$	+0.01
	0.5	0.19	0.10	+0.15	+0.08
	$[p] = 10.0$		$[(p\delta x)_z] = 3.36$		+0.08

Protože $n = 4$, vede vzorec (2') k mezím: $0 \leq [(pch')_z] \leq 8 \cdot 10^{-2}$, horní mez je dosažena.

β) Jedná-li se o prostý aritmetický průměr, je $\varepsilon_i = \eta_i = 0$, takže je dle rovnice (1'): $[ch'] = +zb$. Tedy zaokrouhlíme-li při výpočtu aritmetického středu čísel x'_i podíl $\frac{[x']}{n}$ tak, že $\frac{[x']}{n} = x_p + \frac{zb}{n}$ (x_p je zaokrouhlený podíl, zb je zbytek), bude součet rozdílů $x'_i - x_p$ roven právě zbytku zb .

Na př. Výpočet redukovaných směrových koeficientů při vnitřních směrech: $a_i = -9.4, -24.4, -11.1, +19.8, +2.0, -9.4, -13.6$, součet je -46.1 , aritmetický střed $-\frac{46.1}{7} = -6.6 + \frac{0.1}{7}$, tedy $a_p = -6.6$, $zb = +0.1$.

Redukovaná a_i jsou: $-2.8, -17.8, -4.5, +26.4, +8.6, -2.8, -7.0$, jejich součet jest $+0.1$, roven zbytku zb .

Protože v prvním číselném příkladě je splněna podmínka (2') a v druhém podmínka $[ch'] = zb$, usuzujeme, že výpočty jsou správné.

2. Kontrola řešení normálních rovnic. Chceme-li normální rovnice pro dvě neznámé:

$$a_1 x + b_1 y + \omega_1 = 0, \quad b_1 x + b_2 y + \omega_2 = 0$$

řešiti počítačím strojem, dělíme první rovnici číslem a_1 , druhou číslem b_1 , zaokrouhlujeme na tisícin²⁾ a vyloučíme x . Uvažujeme tedy rovnice se zaokrouhlenými koeficienty

$$x' + \left(\frac{b_1}{a_1}\right)_z y' + \left(\frac{\omega_1}{a_1}\right)_z = 0, \quad x' + \left(\frac{b_2}{b_1}\right)_z y' + \left(\frac{\omega_2}{b_1}\right)_z = 0.$$

¹⁾ Srovn. Instruktion zur Ausführung der trigon. und polyg. Vermessungen, 4. vyd., Vídeň, 1900, str. 156.

²⁾ Tato přesnost stačí skoro vždy, jedná-li se o výpočet souřadnicových oprav x, y metodou nejmenších čtverců při protínání vpřed, zpět, nebo při kombinovaném protínání.

Odečítáme-li první rovnici od druhé a označíme-li

$$\left(\frac{b_2}{b_1}\right)_z - \left(\frac{b_1}{a_1}\right)_z = B, \quad \left(\frac{\omega_2}{b_1}\right)_z - \left(\frac{\omega_1}{a_1}\right)_z = W, \text{ jest}$$

$$By' + W = 0, \quad y' = -\frac{W}{B} = y_z + \mathfrak{D}, \quad |\mathfrak{D}| \leq \frac{1}{2} 10^{-3},$$

tedy

$$-W - By_z = B\mathfrak{D}.$$

Neznámou x' počítáme přibližně z rovnic

$$x'_1 = -\left(\frac{b_1}{a_1}\right)_z \cdot y_z + \delta_1 - \left(\frac{\omega_1}{a_1}\right)_z, \quad x'_2 = -\left(\frac{b_2}{b_1}\right)_z \cdot y_z + \delta_2 - \left(\frac{\omega_2}{b_1}\right)_z,$$

$$|\delta_1|, |\delta_2| \leq \frac{1}{2} 10^{-3},$$

tedy $x'_2 - x'_1 = -By_z - W + \delta'$, $|\delta'| \leq 10^{-3}$, čili

$$x'_2 - x'_1 = B\mathfrak{D} + \delta', \text{ a odtud } |x'_2 - x'_1| \leq 10^{-3} \left(\frac{|B|}{2} + 1\right). \quad (3)$$

Na př. $x' + 1.250 y' - 0.356 = 0$, $x' + 13.330 y' - 3.527 = 0$,

$$12.08 y' - 3.171 = 0, \quad y_z = +0.262,$$

$x'_1 = +0.356 - 0.328 = +0.028$, $x'_2 = +3.527 - 3.492 = +0.035$,

$$x'_2 - x'_1 = +7 \cdot 10^{-3}.$$

Protože v tomto případě $B = 12.08$, je dle vzorce (3)

$$(x'_2 - x'_1) \leq 7.04 \cdot 10^{-3}.$$

To ukazuje, že vypočtený rozdíl $7 \cdot 10^{-3}$ může být zaviněn zaokrouhlováním při výpočtech a odůvodňuje úsudek (pravděpodobný), že výpočty jsou správné.

Jako přesnější hodnotu přijímáme $x' = +0.028$, protože vliv chyby ze zaokrouhlení y' je v tomto případě menší.

3. Výpočet součtu čtverců odchylek $[vv]$.

a) Uvažujme jednoduchý případ, že odchylky v_i se dají psát ve tvaru $v_i = a_i x + b_i y + l_i$, $i = 1, 2, \dots, n$. (Případ protínání vpřed.) Metoda nejmenších čtverců žádá, aby neznámé x, y činily minimum součet

$$[vv] = \Sigma (a_i x + b_i y + l_i)^2. \quad (4)$$

Mají tedy hledaná x, y splňovati podmínky $\frac{\partial [vv]}{\partial x} = 0$,

$\frac{\partial [vv]}{\partial y} = 0$, čili normální rovnice

$$[aa]x + [ab]y + [al] = 0, \quad [ab]x + [bb]y + [bl] = 0. \quad (5)$$

Z těchto rovnic vypočteme hledané x, y : Dosadíme-li vypočtené hodnoty do vzorce (4), dojdeme k součtu čtverců zbývajících odchylek (s , první způsob výpočtu).

Součet s můžeme počítati ještě druhým způsobem. Protože

$$\Sigma (a_i x + b_i y + l_i)^2 = \Sigma (a_i x + b_i y + l_i) \cdot a_i x + \Sigma (a_i x + b_i y + l_i) \cdot b_i y$$

$$+ \Sigma (a_i x + b_i y + l_i) \cdot l_i = ([aa]x + [ab]y + [al]) \cdot x$$

$$+ ([ab]x + [bb]y + [bl]) \cdot y + ([al]x + [bl]y + [ll]),$$

a protože x, y splňují rovnice (5), jest součet čtverců zbyvajících odchylek roven také

$$s = [al]x + [bl]y + [ll].$$

Kdybychom počítali přesně, byl by součet s , vypočtený uvedeným dvojím způsobem, stejný. Kdyby se oba výsledky lišily, předpokládali bychom buď chybu v utvoření nebo řešení normálních rovnic (5), nebo chybu ve výpočtech součtu s .

Ve skutečnosti počítáme s omezenou přesností. Součet s_1 , vypočtený prvním způsobem, a s_2 , vypočtený druhým způsobem, se mohou lišiti od správné hodnoty s . Předpokládejme, že jsme zaokrouhlili x, y na $\frac{1}{10^2}$ přesně, tedy $x = x_z + \varepsilon_x, y = y_z + \varepsilon_y$,

$|\varepsilon_x|, |\varepsilon_y| \leq \frac{1}{2} \cdot 10^{-2}$. Počítáme-li součiny $a_i x_z, b_i y_z$ a součet $v'_i := a_i x_z + b_i y_z + l_i$ přesně, čtverce $v'_i{}^2$ na setiny přesně ($v'_i{}^2 := v'_i{}^2_z + \nu_i, |\nu_i| \leq \frac{1}{2} \cdot 10^{-3}$), bude

$$s = \sum (a_i x_z + b_i y_z + l_i + a_i \varepsilon_x + b_i \varepsilon_y)^2 = \sum (v'_i + a_i \varepsilon_x + b_i \varepsilon_y)^2 \\ = s_1 + [\nu_i] + 2 \sum v'_i (a_i \varepsilon_x + b_i \varepsilon_y) + \sum (a_i \varepsilon_x + b_i \varepsilon_y)^2.$$

Výraz $2 \sum v'_i (a_i \varepsilon_x + b_i \varepsilon_y)$

$$= 2 \sum (a_i x + b_i y + l_i - a_i \varepsilon_x - b_i \varepsilon_y) (a_i \varepsilon_x + b_i \varepsilon_y) \\ = 2 ([aa]x + [ab]y + [al]) \cdot \varepsilon_x + 2 ([ab]x + [bb]y + [bl]) \cdot \varepsilon_y \\ - 2 \sum (a_i \varepsilon_x + b_i \varepsilon_y)^2 = -2 \sum (a_i \varepsilon_x + b_i \varepsilon_y)^2.$$

Tedy $s = s_1 + [\nu] - \sum (a_i \varepsilon_x + b_i \varepsilon_y)^2$.

Druhý způsob výpočtu: Zaokrouhlíme-li x, y na $\frac{1}{10^k}$ přesně, je $x = x'_z + \varepsilon'_x, y = y'_z + \varepsilon'_y, |\varepsilon'_x|, |\varepsilon'_y| \leq \frac{1}{2} \cdot 10^{-k}$, a součet

$$s = [al]x'_z + [bl]y'_z + [ll] + [al]\varepsilon'_x + [bl]\varepsilon'_y.$$

Zaokrouhlíme-li součiny $[al]x'_z, [bl]y'_z$ na $\frac{1}{10^l}$ přesně a píšeme-li $([al]x'_z)_z + ([bl]y'_z)_z + [ll] = s_2$, je

$$s = s_2 + \mu_1 + \mu_2 + [al]\varepsilon'_x + [bl]\varepsilon'_y, \quad |\mu_1|, |\mu_2| \leq \frac{1}{2} \cdot 10^{-l}.$$

Součet s_1 , vypočtený prvním způsobem, liší se od správného součtu s o číslo, jehož absolutní hodnota nepřevyšuje $\frac{n}{2} \cdot 10^{-2} + \frac{[aa] + 2[ab] + [bb]}{4} \cdot 10^{-4}$ (6).

Součet s_2 , vypočtený druhým způsobem, liší se od správného součtu s o číslo, jehož absolutní hodnota nepřevyšuje $1 \cdot 10^{-l} + \frac{|[al]| + |[bl]|}{2} \cdot 10^{-k}$ (7).

Dá se snadno nahlédnouti, že k stejným mezím (6) a (7) dojdeme v případě protínání zpět i protínání kombi-

novauého. Jen nutno počítati pro vnitřní směry s redukovanými veličinami stejně, jako počítáme v případě protínání vpřed s prostými veličinami, a za n je nutno klásti počet všech zaměřených směrů.

Na příklad. Při kombinovaném vyrovnání bylo vypočteno:

Pro vnější směry			Pro vnitřní směry		
a	b	l	a_r	b_r	l_r
— 1·8	+ 0·8	— 1·1	— 7·3	+ 0·2	— 5·5
+ 1·8	+ 1·4	— 2·4	— 3·7	+ 0·8	— 5·3
+ 16·4	— 0·3	+ 14·8	+ 10·9	— 0·9	+ 10·9

Normální rovnice pro výpočet souřadnicových oprav x, y jsou v tomto případě

$$461\cdot23x - 18\cdot07y + 418\cdot95 = 0, \quad -18\cdot07x + 4\cdot18y - 23\cdot83 = 0.$$

Z nich plyne $y = +2\cdot141$, $x = -0\cdot825$. Zaokrouhlíme-li na $y_z = +2\cdot14$, $x_z = -0\cdot82$, bude součet čtverců zbývajících odchylek, vypočtený prvním způsobem, roven $+6\cdot78$. Při tom se liší od správného součtu s o číslo, jehož absolutní hodnota nepřevyšuje $0\cdot05$ [vzorec (6)]. Počítáme-li se stejnými x_z, y_z součet s_2 (druhým způsobem), bude $s_2 = +8\cdot62$. Při tom se liší s_2 od správného součtu s o číslo, jehož absolutní hodnota nepřevyšuje $2\cdot23$ [vzorec (7)]. Absolutní hodnota rozdílu obou výsledků musí býti menší než $2\cdot23 + 0\cdot05 = 2\cdot28$. Skutečně vypočtený rozdíl je $1\cdot84 < 2\cdot28$, z čehož usuzujeme, že jsme počítali správně. — Kdybychom pro výpočet součtu s_2 zaokrouhlili x, y na tisícinu přesně, zvýšíme přesnost vypočteného s_2 ; bylo by $x'_z = -0\cdot825$, $y'_z = +2\cdot141$, $s_2 = +6\cdot51$. Toto s_2 se liší od správného součtu s o číslo, jehož absolutní hodnota nepřevyšuje $0\cdot24$ [vzorec (7)]. Absolutní hodnota rozdílu obou výsledků musí býti menší než $0\cdot29$. Skutečně vypočtený rozdíl je $0\cdot27 < 0\cdot29$, z čehož zase usuzujeme, že jsme počítali správně.

Z tohoto příkladu vidíme, že lze snadno určit, která z hodnot s_2, s_1 je přesnější. — Uvedený postup vede také k tomu, jak přesně které veličiny musíme počítati, chceme-li zvýšiti souhlas obou výsledků s_2, s_1 .

β) Při vyrovnání úhlů měřených ve všech kombinacích (dle metody Schreiberovy) označíme přesné hodnoty směrů k bodům B_1, B_2, \dots, B_s : $u_1 + (1), u_2 + (2), \dots, u_s + (s)$ $u_1 = 0^0, u_2, \dots, u_s$, jsou přibližné hodnoty, $(1), (2), \dots, (s)$ hledané opravy. Jednotlivé hodnoty naměřené pro úhel (k, l) mezi směrem k bodu B_k a směrem k bodu B_l označíme: $u_l - u_k + k, l$, tedy střed z $2p$ měření je:

$$u_l - u_k + \frac{[k, l]}{2p}. \text{ Protože přesná hodnota úhlu } (k, l) \text{ je } u_l - u_k + (l) - (k),$$

$$\text{je odchylka } v_{k, l} = (l) - (k) - \frac{[k, l]}{2p}.$$

Podobně píšeme všechny odchylky:

$$v_{1,2} = (2) - (1) - \frac{[1,2]}{2p} \dots v_{1,s} = (s) - (1) - \frac{[1,s]}{2p},$$

$$v_{2,3} = (3) - (2) - \frac{[2,3]}{2p}, \dots v_{2,s} = (s) - (2) - \frac{[2,s]}{2p},$$

$$v_{s-1,s} = (s) - (s-1) - \frac{[s-1,s]}{2p}. \quad (8)$$

Váha každé z těchto rovnic je rovna p . — Opravy (1), (2), ... (s) plynou z rovnic (1) = $\frac{o_1}{2ps}$, (2) = $\frac{o_2}{2ps}$, ... (s) = $\frac{o_s}{2ps}$ (9),

kde na př. $o_k = [1,k] + [2,k] + \dots + [k-1,k] - [k,k+1] - [k,k+2] \dots - [k,s]$.

Součet čtverců zbývajících odchylek $[p v v]$ (čtverce odchylek jsou násobeny příslušnou vahou) plyne buď dosazením hodnot (1), (2) ... (s) vypočtených z rovnic (9) do vzorce

$$[p v v] = p v_{1,2}^2 + p v_{1,3}^2 + \dots + p v_{1,s}^2 + p v_{2,3}^2 + \dots + p v_{2,s}^2 + p v_{s-1,s}^2 \quad (10)$$

$$\text{nebo ze vzorce } [p v v] = [p l l] - \frac{o_1^2 + o_2^2 + \dots + o_s^2}{4ps}, \quad (11)$$

kde značíme písmenem l hodnoty $-\frac{[1,2]}{2p}, -\frac{[1,3]}{2p}, \dots -\frac{[s-1,s]}{2p}$.

První způsob výpočtu [ze vzorce (10)]: Předpokládejme odchylkové rovnice ve tvaru

$$a_i(1) + b_i(2) + c_i(3) + \dots + l_i = v_i, \quad i = 1, 2, \dots, r.$$

Při výpočtu součtu $s = [p v v]$ zaokrouhlujeme opravy (1), (2), ... (s) na tisíciny, tedy píšeme (1) = $(1)_z + \varepsilon_1$, (2) = $(2)_z + \varepsilon_2$, ... (s) = $(s)_z + \varepsilon_s$ kde $|\varepsilon_i| \leq \frac{1}{2} \cdot 10^{-3}$. Pak

$$s = \sum p (a_i(1)_z + b_i(2)_z + c_i(3)_z + \dots + l_i + a_i \varepsilon_1 + b_i \varepsilon_2 + c_i \varepsilon_3 + \dots)^2 = \sum p (a_i(1)_z + b_i(2)_z + c_i(3)_z + \dots + l_i)^2 + \sum p (a_i \varepsilon_1 + b_i \varepsilon_2 + c_i \varepsilon_3 + \dots)^2 + 2 \sum p (a_i(1)_z + b_i(2)_z + c_i(3)_z + \dots + l_i) (a_i \varepsilon_1 + b_i \varepsilon_2 + c_i \varepsilon_3 + \dots).$$

Součin

$$\sum p (a_i(1)_z + b_i(2)_z + c_i(3)_z + \dots + l_i) (a_i \varepsilon_1 + b_i \varepsilon_2 + c_i \varepsilon_3 + \dots) = \sum p (a_i(1) + b_i(2) + c_i(3) + \dots + l_i) (a_i \varepsilon_1 + b_i \varepsilon_2 + c_i \varepsilon_3 + \dots) - \sum p (a_i \varepsilon_1 + b_i \varepsilon_2 + c_i \varepsilon_3 + \dots)^2, \text{ a protože}$$

$$\sum p (a_i(1) + b_i(2) + c_i(3) + \dots + l_i) (a_i \varepsilon_1 + b_i \varepsilon_2 + c_i \varepsilon_3 + \dots) = 0, \text{ jest } s = \sum p (a_i(1)_z + b_i(2)_z + c_i(3)_z + \dots + l_i)^2 - \sum p (a_i \varepsilon_1 + b_i \varepsilon_2 + c_i \varepsilon_3 + \dots)^2. \quad (12)$$

V uvažovaném případě je $\sum p (a_i \varepsilon_1 + b_i \varepsilon_2 + c_i \varepsilon_3 + \dots)^2 = p \{(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)^2 + (\varepsilon_3 - \varepsilon_1)^2 + \dots + (\varepsilon_s - \varepsilon_{s-1})^2\}$. Absolutní hodnota výrazu $\sum p (a_i \varepsilon_1 + b_i \varepsilon_2 + c_i \varepsilon_3 + \dots)^2$ je tedy menší než $p \cdot 10^{-6} \cdot \frac{s(s-1)}{2}$.

Ve výrazu $\sum p (a_i(1)_z + b_i(2)_z + c_i(3)_z + \dots + l_i)^2$ je l_i vypočteno na tisíciny přesně, tedy

$$\sum p (a_i(1)_z + b_i(2)_z + c_i(3)_z + \dots + l_i)^2 = \sum p (v_{iz} + \eta_i)^2, \quad |\eta_i| \leq \frac{1}{2} \cdot 10^{-3}.$$

Čtverce v_{iz}^2 počítáme na desetisíciny přesně, rovněž jejich součet, tedy $v_{iz}^2 = (v_{iz}^2)_z + \mathcal{J}_i$, $|\mathcal{J}_i| \leq \frac{1}{2} \cdot 10^{-4}$, $\Sigma p (v_{iz} + \eta_i)^2 = \Sigma p ((v_{iz}^2)_z + \mathcal{J}_i + 2v_{iz}\eta_i + \eta_i^2) = s_1 + p[\mathcal{J}] + 2p[v_{iz}\eta_i] + p[\eta_i^2]$. Odtud a z rovnice (12) je patrné, že s_1 se liší od správného s o číslo, jehož absolutní hodnota nepřevyšuje $p \cdot \frac{s(s-1)}{2} \cdot 10^{-6} + p \cdot \frac{s(s-1)}{4} \cdot 10^{-4} + p \cdot \frac{s(s-1)}{8} \cdot 10^{-6} + p \cdot 10^{-3} [|v|]$

$$< (p[|v|] + \lambda) \cdot 10^{-3}, \quad (13)$$

kde λ je pro různá užívaná p a s menší než čísla následující tabulky:

s	2	3	4	6	7	8
p	12	8	6	4	4	3
λ	0.7	1.3	1.9	3.1	4.4	4.4

Dle druhého způsobu [vzorec (11)] dá se součet s vypočísti velmi přesně. Můžeme psáti

$$s = \frac{[1,2]^2 + [1,3]^2 + \dots + [s-1,s]^2}{4p} = \frac{o_1^2 + o_2^2 + \dots + o_s^2}{4ps}. \quad (14)$$

Veličiny $[1,2], [1,3], \dots, [s-1,s], o_1, o_2, \dots, o_s$ jsou vypočteny z naměřených hodnot přesně, a to na desetiny vteřiny. Čtverce vypočteme rovněž přesně (na setiny), součty rovněž přesně (na setiny). Dělení čísla $4p, 4ps$ provedeme přesně na k desetinných míst. Součet s_2 vypočtený dle tohoto způsobu se liší od přesného součtu s o číslo, jehož absolutní hodnota nepřevyšuje $1 \cdot 10^{-k}$. (15).

V případě $s=5, p=5$ jest $\varepsilon_i = 0, \eta_i = 0$; odtud plyne, že s_1 se liší od přesného s o číslo, jehož absolutní hodnota nepřevyšuje $25 \cdot 10^{-3}$ (13'). — Dělíme-li v tomto případě při výpočtu s_2 přesně na desetisíciny, jest $s_2 = s$ (přesně). (15').

Př. Byly měřeny úhly ve všech kombinacích mezi třemi směry. Z výsledků měření plyne $[1,2] = +18.6, [1,3] = +76.8, [2,3] = +49.8$. Odtud dle vzorců (9):

$$\begin{aligned} o_1 &= -95.4, & o_2 &= -31.2, & o_3 &= +126.6, \\ (1) &= -1.988, & (2) &= -0.650, & (3) &= +2.638. \end{aligned}$$

Dle prvního způsobu vypočteme $v_{1,2} = +0.176, v_{1,3} = -0.174, v_{2,3} = +0.176, [v^2] = 0.0923, s_1 = p[v^2] = 0.7384$. — Dle druhého způsobu $[1,2]^2 + [1,3]^2 + [2,3]^2 = 8724.24, o_1^2 + o_2^2 + o_3^2 = 26\,102.16$, tedy dle vzorce (14) je $s_2 = +0.7350$. Součet s_1 se liší od správného s o číslo, jehož absolutní hodnota je menší než $5.6 \cdot 10^{-3}$ [vzorec (13)], součet s_2 se liší od správného s o číslo, jehož absolutní hodnota nepřevyšuje $0.1 \cdot 10^{-3}$ [vzorec (15)]. Tedy absolutní hodnota rozdílu obou výsledků musí být menší než $5.7 \cdot 10^{-3}$. Skutečně vypočtený rozdíl je $3.4 \cdot 10^{-3} < 5.7 \cdot 10^{-3}$, z čehož soudíme, že jsme počítali správně.

Poznámka. Ku článku Měř. r. Ing. Al. Šimek. Trigonometrické zaměřování detailu v Zem. Věstníku č. 8 a 9. 1922, jest připomenouti, že vhodná organizace trigonometricko grafické metody a vhodný přístroj zvaný „topometrograf“ v Revue Scientifi que No. ze 6. května 1911 ve článku: Jules Gaultier. Le Topométrographe. S.

Zprávy odborné.

Reforma zeměměřického studia. Poslední anketa o reformě zeměměřického studia konala se ve dnech 4. a 5. července 1922 a referát v ní uveřejněn byl v „Zeměměřickém Věstníku“ a „Zprávách veřejné služby technické“.

Anketa měla za účel sebrati materiál v konkrétní formě detailních návrhů a rozříditi jej tak, by eventuelní rozpory a nejasnosti mohly býti po zralé úvaze odstraněny.

Na oné anketě projednaly se zásadní otázky, v jaké formě má býti celé zeměměřické studium na vysokých školách technických upraveno, totiž zda odbor samostatný či přiřazení jeho k té které odborové skupině. Jednalo se o vyučovacích předmětech, jež mají býti do osnovy zařazeny vůbec a v jakém rozsahu; dále bylo uvažováno o počtu státních zkoušek a rozsahu doby studijní.

Celá látka byla projednána obecně a snesena byla veškerá přání škol, úřadů, veřejných korporací, jakož i spolků.

Ministerstvo školství a národní osvěty seřadilo takto snesený materiál dle plánu předem vytčeného. Přirozeně, že v generálních jednáních byla řada věcí, jež do společného rámce přesně nezapadaly, a objevila se nutnost vytříbiti požadavky tak, byhověly potřebám vzdělání i stavu, a aby jich obstarání stalo se s největší hospodárností jak pro stát, tak pro studující.

V dnešní době těžké hospodářské krise není zřizování nového studia věcí jednoduchou. Ministerstvo školství bere na se velikou zodpovědnost, jak oproti financím státu, tak oproti absolventům studia, neb musí přivéstí výsledek dobrý, přizpůsobený bez nějakého eksperimentování nynějším poměrům hospodářským a sociálním. Odtud je vysvětlitelná opatrnost, s jakou se úkol řeší za stávající výhody možnosti těžiti z chyb, jež se v době rychlých rozhodnutí jak pro stát tak pro jednotlivce často přiházely, a těchto se vystříhati.

Proto ministerstvo takto generelně projednaný materiál sestavilo a o neurčitých předmětech formulovalo dotazník, který rozeslalo profesorským sborům vysokých škol technického rázu a súčasněným ministerstvem k opětnému projednání a k vypracování podobného návrhu na studijní osnovu, totiž na jednotlivé učební předměty, jich počet hodin, zařazení do ročníků, jakož i do státních zkoušek.

Po novém vytříbení byly vypracované návrhy zaslány minist. školství. Toto znovu rozřídilo materiál a připravilo se všemi poznámkami pro anketu.

Tato anketa konala se dne 15. listopadu v minist. školství a sezvána k ní byla interesovaná ministerstva a zástupci vysokých škol technického směru a zástupci odborných korporací. Anketě předsedal odborový přednost p. dr. Malbohan a referát podával min. tajemník pán Ing. Vrba.

Na počátku byla položena zásadní otázka, zda jest přání rozšířiti působnost (kompetenci) geometrů s upozorněním, že by to tangovalo ostatní technické kategorie a vyžadovalo změnu jich působnosti i výškolení, které u inženýrů teprve nyní bylo reorganisováno. Ježto usneseno bylo zásadně působnost geometrů neměnití, zjednodušila se otázka reformy studia.

Kompetence geometrů v zásadě jest vymezena platnými zákony a předpisy, jakož i statutem inženýrské komory.

Pak položena otázka, v jaké formě má býti studium upraveno. Na základě návrhů vysokých škol a prohlášení zástupců úřadů a korporací má býti kurs zrušen a zavedeno odborné studium, rovnocenné ostatním technickým odborům.

Nato probírány byly body výše zmíněného dotazníku. Posloupně probrány otázky:

a) že má býti studium zeměměřické upraveno znalostmi pozemního stavitelství ve formě encyklopedické, dále i znalostmi, potřebnými pro plány upravovací a výstavbu obcí a měst;

b) generelní přičlenění nomografie a metody nejmenších čtverců předmetům matematice a geodésii, dále vědy finanční a berní předmětu národního hospodářství;

c) předměty inženýrské budou zavedeny encyklopedicky i se cvičeními v rozsazích, jež v podrobnostech vytknou profesorské sbory;

d) horní měřictví a encyklopedie hornictví i zákona horního bude pojata do studijní osnovy jako nutná výzbroj odborně uceleného studia;

e) topografie a skizzování měřických strojů vloženo jest generelně do stávajících geodetických přednášek; o formě rozhodnou vysoké školy;

f) zvláštní stati, případně na vysokých školách přednášené, jsou ponechány, jak u jiných odborů, profesorským sborům k rozhodnutí.

Pak byly probírány předměty buď průpravné pro státní zkoušky neb předměty státních zkoušek, a generelně tříděny do oboru prvé neb druhé státní zkoušky. Definitivní úprava bude možná až na základě definitivně sestavených předmětů a jich hodinového rozsahu, by se předměty účelně rozdělily ve smyslu pedagogickém, průpravné před aplikované, a ve smyslu hospodárném, t. j. vhodného zatížení jednotlivých státních zkoušek při ekonomické době studijní.

Takto vytříbený materiál bude sestaven ministerstvem školství pro další anketu, jež podá konkrétní osnovy a statuty.

Anketa pracovala velmi obětavě, by urychlila řešení. Její průběh byl věcný a konciliantní a umožnil sejít se názorů na principu prospěti dobré věci k řádně vybudovanému, života schopnému a hospodárnému studiu.

Dr. Semerád.

Mezinárodní Unie geodetická a geofyzikální. (Valné shromáždění v Římě.) Mezinárodní sdružení pro měření země (Association Géodésique Internationale), které vzniklo r. 1862 z podnětu německého geodeta gen. Bayera a jehož členy byly téměř všechny kulturní státy, oslavilo v r. 1912 na sjezdu hamburském padesátileté jubileum. Za světové války bylo jako jiná mezinárodní sdružení vědecká úplně rozvráceno přes všechny své nesporné zásluhy o vědecké studium země, o vývoj strojů měřických a početních metod. Po válce bylo v pracích, které z jeho podnětu a pod jeho egidou byly prováděny, pokračováno a bylo zřejmo, že jest nezbytné potřebí, aby komise geodetické jednotlivých států seskupily se opět v nějakou mezinárodní organizaci, jež by byla zárukou jednotného převádění geodetických prací mezinárodního významu. Již v r. 1919 na poradě konané v Bruselu byla sjednána zástupci států dohodových a států jim přátelských „Conseil International de Recherches“ k řešení a zkoumání vědeckých otázek všeho druhu, jako nadřízený orgán řady „Mezinárodních unií“, starajících se o různé obory vědní. Jednou z těchto Unií je Mezinárodní unie geodetická a geofyzikální s celou řadou sekcí: pro geodésii (bez astronomie), seismologii, metrologii, magnetismus atd. K Unií geodetické a geofyzikální přihlásili se za členy nejen státy dohodové a jim přátelské, ale i četné státy neutrální.

Prvé shromáždění „Mezinárodní unie geodetické“ konalo se v Římě od 2. do 10. května 1922 a zúčastnilo se ho 57 delegátů z 23 států a to Anglie, Australie, Belgie, Brásilie, Československo, Dánsko, Francie, Holandsko, Itálie, Japonsko, Kanada, Maroko, Mexiko, Monako, Norsko, Polsko, Recko, král. S. H. S., Spoj. státy, Španělsko, Švédsko, Švýcars a Uruguay. Československo bylo zastoupeno třemi delegáty (kapt. Beneš, prof. Nušl, prof. Pantoflíček).

Z našich zástupců referoval o průběhu sjezdovém prozatím prof. Nušl v „Astronomické společnosti“, a to s hlediska astronomického (napříště bude astronomie oddělena a utvoří samostatnou sekci). Používáme proto výstižného referátu podpluk. Perrier *), náčelníka geodetické sekce franc. voj. zeměp. ústavu, abychom informovali odborné kruhy zeměměřické o jednáních kongresových, pokud by je mohly zajímati.

*) Viz Journal des Géomètres-Experts, říjen 1922.

Velkou část jednání sjezdových zabraly otázky organizační mladé sekce geodetické, která má nastoupiti dědictví bývalého mezinárodního sdružení, jehož stálý sekretariát byl v Postupimi a jež bylo vedeno geodety německými. Za sídlo stálého sekretariátu nové sekce geodetické byla zvolena Paříž. Výkonný výbor je složen takto: předseda M. Bowie (Spoj.státy), místopředseda Gautier (Švýcarsy), jednatel Perrier (Francie), členové Heuvelink (Holandsko), Lenoc Conyngham (Anglie) Stroobant (Belgie) a Vacchelli (Italie).

Pro sledování různých odvětví geodesie byli jmenováni stálí zpravodajové; v referátě jsou uvedeny pouze tři, a to ony, jež mohou zajímati zeměměřiče: pro nivelace Lallemand, ředitel franc. nivel. úřadu, pro základnová měření a triangulace podpluk. Perrier, pro kartografické projekce Roussilhe, ředitel prací měřických při znovuzřízení katastru ve zrušeném území francouzském.

Na kongresu podali zástupcové různých států zprávy o pracech vykonaných od r. 1912; zprávy tyto budou vydány tiskem.

Ze zajímavých otázek, jež sjezdu byly předloženy k úvaze, uvádí referát:

Mezinárodní zásady, jež bylo by stanoviti pro přesnost a rozvržení ruz. prací geodetických (základny, triangulace, astronomické souřadnice), jakož i způsob, jakým podávati o nich zprávy ve vědeckých publikacích. Konečné rozhodnutí o věci prozatím neučiněno.

Dále bylo jednáno o volbě mezinárodního ellipsoidu výpočetního. Jak známo, jest v této věci naprostá nejednotnost, zvláště mezi státy evropskými. Třebaže nezáleží právě na tom, s jakou přesností blíží se zvolený ellipsoid skutečnému geoidickému povrchu zaměřované oblasti, bylo by důležité, aby v této věci byla jednota. V Americe bylo dosaženo již shody tím, že Spoj. státy, Kanada a Mexiko přijaly jediný společný ellipsoid. Otázka tato vystupuje nyní do popředí, ježto se právě jedná o spojení francouzské a belgické triangulační sítě I. řádu. Sítě tyto jsou vypočteny na různých ellipsoidech (belgická síť na ell. franc. inž.-geografii se sploštěním $1/308,65$, francouzská nová triang. síť na ell. Clarkeově z r. 1880 se splošt. $1/293,45$). Rozřešení této otázky by znamenalo ovšem přepočítati veškeré dosavadní triangulace na jeden ellipsoid, v což sotva by bylo možno doufati, přes to ale pro nové práce bylo by důležité učiniti rozhodnutí, aby zmatek aspoň dále se nešířil.

Potom uvažováno o volbě jednotné projekce výkonné pro všechny státy a účelné zejména pro mapování katastrální. K této věci předložil Ing. Roussilhe úvahu: o užití pravouhlých souřadnic stereografických pro výpočet triang. sítě až do vzdálenosti 560 km kol počátku. V této úvaze dokazuje Roussilhe, že jest možno užití pro vyznačenou oblast jedině soustavy, při čemž položil si podmínku, že vzorci pro převod souřadnic zeměpisných na pravouhlé a opačně neučiní se větší chyba než 0.40 m. Polohu bodů I. a II. řádu předpokládá, že bude vyjadřována souřadnicemi zeměpisnými, polohu bodů nižších řádů zamýšlí vyjádřiti pravouhlými souřadnicemi stereografickými. Na číselném příkladě ukázal, že na obvodu zůstanou úhly zachovány až na 2 dmgr (2"), délky až na $1/230,000$, pakliže v převodných vzorcích je užito členů do 5. řádu. Dalšími výpočty se ukázalo, že tyto výsledky možno ještě zlepšiti, rozvinou-li se vzorce až do členů 6. řádu. (Úhly až na 1 dmgr = 1", délky na $1/400,000$).

Mimo to navrhuje Roussilhe unifikaci způsobů výpočetních pro triangulace různých států, předpokládaje nejmenší počet projekcí, jichž středy budou míti stejnou zem. šířku jako mezní rovnoběžky nebo rovnoběžky středy jednotlivých listů mezinárodní mapy světa $1/1,000,000$.

Výsledkem rozhovoru o uvedených otázkách bylo toto usnesení:

1. Vzhledem k rozsáhlým pracem praktického významu, na něž se pomýšlí právě v četných státech zastoupených v „Unii“ a které záleží v přepracování neb v zakládání dalších triang. sítí nižšího řádu, pověřuje geodetická sekce výkonný výbor, aby stanovil a doporučil pro práce kartografické jediný ellipsoid výpočetní, vhodný pro všechny státy téže pevniny.

2. Doporučuje dále studovati:

a) projekční způsoby, jichž bylo by lze nejlépe užítí pro zobrazení velkých zemi v jediné soustavě.

b) postupy výpočetní k účelům triangulačním nižšího řádu, které by byly s to přivoditi žádoucí jednotnost v pracích měřických i počtářských.

Tyto dvě otázky budou projednány na příštím valném shromáždění.

Promluveno bylo konečně o některých pracích velkého dosahu mezinárodního, jež jsou prozatím přáním sekce a tedy dílem budoucna:

1. spojení belgické triangulace s francouzskou;

2. spojení triang. sítí: francouzské, italské, švýcarské a savojské;

3. spojení triangulace sardinské a ligurské přes Korsiku;

4. dokončení měření stupňového mezi mysem Kapským a Kahyrou a spojení jeho s evropskou sítí podél moře Středomořího;

5. měření stupňové od Sev. moře ledového do Afriky přes Norsko, Švédsko, Polsko, Československo, Srbsko, Recko atd.;

6. zřízení zákl. sítě bodů, jichž zeměp. délky by byly stanoveny radiotelegraficky, a připojení různých zemi k této síti.

Zpravodaj: pplk. Perrier upozorňuje, že na rozdíl od dřívějších mezinárodních sdružení dnešní geod. sekce „Unie“ hodlá patrně věnovati zvýšenou pozornost také otázkám rázu praktického.

Příští [schůze geodetické sekce má se konati v Madridě 1924. — Prof. Nušl ve své přednášce zmínil se i o pozvání, které učinili na sjezdu římském českoslovenští zástupcové, aby sjezd byl konán v Praze. V zá-
pětí po jejich projevu přednesli své pozvání také zástupcové Polska.

Geom. Jul. Mikula.

Zprávy osobní.

Jmenování: 1. U zemského výboru moravského: Ing. Jos. Klejna, vrch. měřickým radou v V. třídě hodnotní.

2. Ve stavu státních měřických úředníků: měř. adjunkty Karel Hylmar, Bedřich Cvrk, Václav Lamser, Vincenc Jurka, Hugo Rezníček, Antonín Zelezný, Zdeněk Lhotka, Jan Kovalski, Josef Pražan, Karel Marek, Karel Krejčí, Václav Prudík, Vladimír Vilímeč, Otto Neužil, Petr Pistulka, Jaroslav Novotný, Stanislav Suchánek, Alois Jenček, František Finda, Josef Hanuš, Václav Konder, Ing. František Valcha, Karel Morávek, Ladislav Stumpfe a Josef Zubík; měř. komisaři: Cyprian Cihlář, Karel Guldan, Ing. Jaroslav Fejlek, Ant. Novotný a František Vacek.

3. U státního pozemkového úřadu: Karel Jelínek, měřickým radou (Zvoleň).

Noví civilní geometři: Boř. Ceněk (Plzeň), Ing. Skorkovský (Vršovice), Otakar Pýrek (Kojetín).

Vzdali se autorisace civil. geometra: Ing. Alois Broul (Slaně), Ing. Adolf Korbel (Vlašim).

Zemřelí členové Spolku čs. zeměměřičů:

Ing. Savo Radojkovič, generální ředitel katastru v Bělehradě.

Ing. Bohuslav Jiřikovský, civilní geometr, Holice u Pardubic.

Ing. Karel Hacar, civilní geometr, Louny.

Ing. Jaroslav Coufal, civilní geometr, Beroun.

Právo k užívání stavovského názvu „Ing.“ přiznáno bylo těmto kolegům: Dominik Bukovský, Ignác Háva, Praha, Kašpar Korber, Rakovník, František Linhart, Podmokly, Julius Mátl, Brno, Josef Petrák, Praha, Karel Pulpit, Praha, Aug. Schacherl, Děčín, Josef Zelenka, Louny.